

Bachelorarbeit

im Fach Physik

Beobachtung der Galileischen Monde mit dem Seestar Smart-Teleskop S50

Eine experimentelle Untersuchung des dritten Keplerschen
Gesetzes

vorgelegt von

Elisabeth Angelika Jovic
geboren in Waldkirch

angefertigt am

Haus der Astronomie
Max-Planck-Institut für Astronomie

betreut von

Dr. Carolin Liefke
Universität Heidelberg

Heidelberg 2026

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	IV
Abstract	V
1 Einleitung und Zielsetzung	1
2 Physikalische Grundlagen	3
2.1 Licht, Beugung und Auflösungsvermögen	3
2.2 Brennweite, Sensor und Abbildungsmaßstab	4
2.3 Einfluss der Erdatmosphäre auf die Bildqualität	5
3 Teleskoptypen	6
3.1 Überblick	6
3.2 Linsenteleskope (Refraktoren)	6
3.3 Spiegelteleskope (Reflektoren)	6
3.4 Katadioptrische Systeme	7
3.5 Einordnung von Smart-Teleskopen	7
4 Das Seestar S50 im Detail	8
4.1 Optische und technische Spezifikationen	8
4.2 Steuerung und Softwarearchitektur	9
4.3 Datenverarbeitung und externe Werkzeuge	10
4.4 Praktische Einsatzmöglichkeiten	10
5 Jupiter & seine Monde	12
5.1 Jupiter als Beobachtungsobjekt	12
5.2 Die Galileischen Monde	12
5.3 Relevanz für die Beobachtung und Messung	13
6 Beobachtungsplanung	14
6.1 Standort & Bedingungen	14
6.2 Zeitraum: Oktober – Februar	14

6.3	Optimale Beobachtungszeiten	15
6.4	Material & Ausrüstung	15
7	Theoretischer Hintergrund: Das dritte Keplersche Gesetz	16
8	Datenbearbeitung	18
8.1	Datenerfassung	18
8.2	Wechsel in den Planetenmodus	19
8.3	Zerlegung der Videos in Einzelbilder mit PIPP	19
8.4	Berechnung der Jupiter- und Mondkoordinaten	20
8.5	Definition der Messgrößen	23
8.6	Manuelle Kontrolle und Ergänzungen einzelner Messungen	24
8.7	Mittelwertbildung und Unsicherheiten	24
8.8	Ephemeridendaten	24
8.9	Verarbeitung der Messdaten in Excel	25
8.10	Einführung einer Zeitvariablen	26
9	Nachweis des dritten Keplerschen Gesetzes	28
9.1	Vorgehen zur Periodenbestimmung	28
9.2	Europa	31
9.3	Ganymed	39
9.4	Kallisto	46
9.5	Io	51
10	Nachweis des dritten Keplerschen Gesetzes	55
10.1	Verwendung der Amplitude als Maß für die Bahngröße	55
10.2	Überprüfung des dritten Keplerschen Gesetzes	56
11	Diskussion der Ergebnisse	58
11.1	Einfluss der zeitlichen Abdeckung der Messdaten	58
11.2	Begrenzte Auflösung und Abbildungsmaßstab	58
11.3	Überbelichtung und Bestimmung des Jupiter-Radius	59
11.4	Aussagekraft des Kepler-Nachweises	59
11.5	Einordnung im Vergleich zu anderen Beobachtungsmethoden	60
12	Einsatzmöglichkeiten von Smart-Teleskopen im schulischen Kontext	61
12.1	Ausgangspunkt	61
12.2	Möglichkeiten des Einsatzes im Unterricht	61
12.3	Vorteile des Einsatzes von Smart-Teleskopen	62
12.4	Grenzen und Herausforderungen	63
12.5	Fazit	63

13 Schlussbetrachtung	65
A Python-Auswertung	69
A.1 Python-Skript zur Bestimmung der Mondabstände	69
A.2 Python-Skript zur Erstellung der Auswertungsdiagramme	74
A.3 Python-Skript zur grafischen Überprüfung des dritten Keplerschen Ge- setzes	81
A.4 Beobachtungsdaten	83
B Auswertungstabelle der gemessenen Mondabstände	84
Einverständniserklärung	94

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird untersucht, in welchem Umfang ein automatisiertes Smart-Teleskop für quantitative astronomische Messungen eingesetzt werden kann. Grundlage bilden eigene Beobachtungen der Galileischen Monde des Jupiter. Aus den aufgenommenen Bilddaten werden die Positionen der Monde bestimmt und daraus Umlaufperioden sowie mittlere Bahnradien abgeleitet. Diese Größen werden zur experimentellen Überprüfung des dritten Keplerschen Gesetzes verwendet. Die Auswertung basiert auf der Analyse der Bilddaten sowie auf manuellen Kontrollen einzelner Messungen. Die bestimmten Umlaufperioden stimmen innerhalb weniger Prozent mit den Literaturwerten überein. Gleichzeitig zeigen sich Grenzen der Methode, die vor allem durch die begrenzte Auflösung des Teleskops, atmosphärische Einflüsse und die ungleichmäßige zeitliche Abdeckung der Beobachtungen entstehen. Abschließend wird eingeordnet, in welchem Rahmen sich ein Smart-Teleskop für einfache physikalische Analysen eignet und welche Möglichkeiten sich daraus für den Einsatz im schulischen Kontext ergeben.

Abstract

This bachelor thesis investigates to what extent an automated smart telescope can be used for quantitative astronomical measurements. The study is based on own observations of the Galilean moons of Jupiter. From the recorded image data, the positions of the moons are determined and used to derive orbital periods and mean orbital radii. These quantities are then used for an experimental verification of Kepler's third law. The analysis is based on the evaluation of the image data together with manual verification of selected measurements. The determined orbital periods agree with literature values within a few percent. At the same time, limitations of the method become apparent, mainly due to the limited optical resolution of the telescope, atmospheric effects, and the uneven temporal coverage of the observations. Finally, the work discusses under which conditions a smart telescope can be used for basic physical analyses and considers possible applications in an educational context.

1 Einleitung und Zielsetzung

Smart-Teleskope stellen eine vergleichsweise neue Entwicklung in der Amateurastronomie dar. Durch automatisierte Ausrichtung, Nachführung und integrierte Bildverarbeitung ermöglichen sie Beobachtungen ohne umfangreiche technische Vorkenntnisse. Während solche Systeme häufig zur Erstellung ästhetischer Aufnahmen eingesetzt werden, bleibt offen, in welchem Umfang sich mit ihnen auch quantitative wissenschaftliche Untersuchungen durchführen lassen.

Von dieser Fragestellung ausgehend untersuche ich in der vorliegenden Arbeit, inwiefern sich ein Smart-Teleskop für die physikalische Analyse astronomischer Beobachtungen nutzen lässt. Im Mittelpunkt steht die Beobachtung der Galileischen Monde des Jupiter. Auf der Grundlage eigener Messdaten bestimme ich Umlaufperioden und mittlere Bahnradien, um das dritte Keplersche Gesetz experimentell zu überprüfen. Neben der physikalischen Auswertung untersuche ich außerdem, welche didaktischen Möglichkeiten sich aus einem solchen Ansatz ergeben.

Für die Arbeit stütze ich mich auf selbst aufgenommene Beobachtungsdaten, die ich sowohl manuell als auch mithilfe automatisierter Auswertungsverfahren analysiere. Ziel meiner Datenverarbeitung ist es, aus den Bildaufnahmen quantitative Messgrößen zu gewinnen und mit theoretischen Referenzwerten zu vergleichen.

Im weiteren Verlauf stelle ich zunächst die technischen und physikalischen Grundlagen dar. Anschließend beschreibe ich die Datenerhebung, die Auswertung und die Ergebnisse ausführlich. Abschließend ordne ich die Resultate ein und diskutiere mögliche Einsatzfelder im schulischen Kontext. Im Zentrum steht dabei die Frage, ob die mit dem Smart-Teleskop gewonnenen Messdaten ausreichen, um Umlaufzeiten und Bahnradien der Galileischen Monde zu bestimmen und damit das dritte Keplersche Gesetz experimentell nachzuvollziehen.

Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es, zu untersuchen, in welchem Umfang mit einem kompakten, automatisierten Smart-Teleskop wie dem Seestar S50 wissenschaftlich fundierte astronomische Messungen durchgeführt werden können. Im Mittelpunkt steht dabei nicht

die hochauflösende Abbildung astronomischer Objekte, sondern die Frage, ob sich mit einem solchen System quantitative Beobachtungsdaten gewinnen lassen, die eine Überprüfung grundlegender physikalischer Gesetzmäßigkeiten erlauben.

Ein besonderer Fokus liegt auf der didaktischen Einsetzbarkeit des Seestar S50 im schulischen Kontext. Es soll gezeigt werden, ob Schülerinnen und Schüler der Oberstufe mithilfe eines Smart-Teleskops eigenständig Beobachtungen durchführen, Daten auswerten und daraus physikalische Zusammenhänge ableiten können. Die Arbeit versteht sich damit sowohl als physikalisch-astronomische Untersuchung als auch als Beitrag zur Frage, wie moderne astronomische Technik sinnvoll in schulische Projekte, etwa Seminararbeiten, integriert werden kann.

Grundsätzlich lassen sich Beobachtungen dieser Art auch in niedrigeren Jahrgangsstufen durchführen, etwa im Sinne einer anschaulichen Einführung in die Astronomie. Für die vorliegende Arbeit steht jedoch die quantitative Auswertung der Beobachtungsdaten im Vordergrund, die neben physikalischem Verständnis auch den Umgang mit digitalen Werkzeugen erfordert. Diese Kompetenzen werden typischerweise erst in der Oberstufe vermittelt. Die Beschränkung auf die Oberstufe ergibt sich daher aus den Anforderungen der hier verfolgten Fragestellung und stellt keine grundsätzliche Einschränkung der Einsatzmöglichkeiten dar.

Als Beobachtungsobjekt wurden Jupiter und seine Galileischen Monde (Io, Europa, Ganymed und Kallisto) gewählt. Dieses System eignet sich in besonderer Weise für die vorliegende Fragestellung, da die Monde vergleichsweise hell sind, deutliche Winkelabstände zum Planeten aufweisen und ihre Umlaufbewegungen bereits über Zeiträume von wenigen Tagen bis Wochen nachvollzogen werden können. Zudem besitzt das Jupitersystem eine hohe historische und physikalische Bedeutung, da die Beobachtung der Galileischen Monde einen wichtigen Beitrag zur Entwicklung des heliozentrischen Weltbildes geleistet hat.

Im Rahmen der Arbeit werden die Positionen der Galileischen Monde über mehrere Beobachtungsnächte hinweg bestimmt. Aus der zeitlichen Entwicklung dieser Positionen werden die Umlaufzeiten der Monde sowie ihre mittleren Abstände vom Planeten abgeleitet. Zur Vereinfachung der Auswertung werden die Umlaufbahnen näherungsweise als Kreisbahnen betrachtet, sodass der mittlere Abstand dem Bahnradius entspricht.

Diese Annahme ist für die vorliegende Fragestellung ausreichend und ermöglicht eine klare Analyse der zugrunde liegenden physikalischen Zusammenhänge. Die gewonnenen Größen bilden die Grundlage für die anschließende Überprüfung des dritten Keplerschen Gesetzes.

2 Physikalische Grundlagen

Für die in dieser Arbeit durchgeführten Beobachtungen sind vor allem diejenigen physikalischen Grundlagen relevant, die die Bildentstehung im Teleskop und die erreichbare Messgenauigkeit bestimmen. Da mit dem Seestar S50 nicht feine Strukturen auf Jupiter selbst, sondern die Positionen seiner Monde relativ zum Planeten ausgewertet werden, stehen insbesondere das Auflösungsvermögen, der Abbildungsmaßstab und atmosphärische Einflüsse im Vordergrund. Diese Größen legen fest, wie präzise die Monde im Bild getrennt und ihre Abstände in Pixeln bestimmt werden können.

2.1 Licht, Beugung und Auflösungsvermögen

Licht kann im Rahmen der vorliegenden Fragestellung als elektromagnetische Welle beschrieben werden. Aufgrund seines Wellencharakters lässt es sich durch ein optisches System nicht beliebig scharf bündeln. Selbst ein ideal fehlerfreies Teleskop erzeugt von einer punktförmigen Lichtquelle kein mathematisch punktförmiges Bild, sondern ein durch Beugung bestimmtes Intensitätsmuster. Dadurch ist das Auflösungsvermögen eines Teleskops grundsätzlich begrenzt (vgl. OpenStax 2025).

Unter dem Auflösungsvermögen versteht man den kleinsten Winkelabstand zweier Objekte am Himmel, bei dem diese noch getrennt wahrgenommen oder abgebildet werden können. Für eine kreisförmige Öffnung lässt sich diese Grenze näherungsweise mit dem Rayleigh-Kriterium angeben (vgl. OpenStax 2025):

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad (1)$$

Dabei ist θ der kleinste auflösbare Winkel, λ die Wellenlänge des Lichts und D der Durchmesser der Öffnung. Je größer die Öffnung eines Teleskops ist, desto kleiner wird also der minimale auflösbare Winkel und desto besser ist das Auflösungsvermögen.

Für das in dieser Arbeit verwendete Seestar S50 mit einer Öffnung von $D = 50$ mm und einer Brennweite von 250 mm ergibt sich bei sichtbarem Licht mit einer typischen

Wellenlänge von $\lambda = 550 \text{ nm}$ ein theoretisches Auflösungsvermögen von

$$\theta = 1,22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{0,05 \text{ m}} \approx 1,34 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \quad (2)$$

Dies entspricht etwa

$$\theta \approx 2,8'' \quad (3)$$

Die technischen Daten des Seestar S50 werden vom Hersteller mit einer Öffnung von 50 mm und einer Brennweite von 250 mm angegeben (vgl. Seestar 2025). Das theoretische Auflösungsvermögen der 5-cm-Optik liegt somit bei rund 2,8 Bogensekunden. Dieser Wert beschreibt allerdings eine ideale obere Grenze. In der Praxis wird die Bildqualität zusätzlich durch die Atmosphäre, durch Nachführfehler und durch die begrenzte Pixelauflösung des Sensors beeinflusst.

Für die vorliegende Arbeit ist diese Größenordnung dennoch wichtig. Die Galileischen Monde liegen in der Regel in deutlich größerem Winkelabstand von Jupiter als diese theoretische Auflösungsgrenze. Das bedeutet, dass sie prinzipiell getrennt vom Planetenscheibchen erfasst werden können. Gleichzeitig erklärt die geringe Öffnung, warum feine Details auf Jupiter selbst nicht aufgelöst werden können und warum die Positionsbestimmung der Monde nur in begrenzter Genauigkeit möglich ist.

2.2 Brennweite, Sensor und Abbildungsmaßstab

Neben dem Auflösungsvermögen ist für die Auswertung der Beobachtungsdaten vor allem der Abbildungsmaßstab entscheidend. Er beschreibt, wie groß ein Objekt mit einem bestimmten Winkelabstand am Himmel auf dem Sensor erscheint, und hängt wesentlich von der Brennweite des Teleskops sowie von der Pixelgröße des Sensors ab. Je größer die Brennweite ist, desto größer wird die Abbildung eines Himmelsobjekts auf dem Sensor.

Für das Seestar S50 beträgt die Brennweite 250 mm (vgl. Seestar 2025). In Kombination mit dem verwendeten Sensor führt dies dazu, dass Jupiter im Bild nur über eine vergleichsweise kleine Anzahl an Pixeln abgebildet wird. Das Planetenscheibchen ist daher zwar sichtbar, feine atmosphärische Strukturen lassen sich jedoch nicht auflösen.

Je kleiner Jupiter und seine Monde auf dem Sensor erscheinen, desto empfindlicher reagiert die Messung auf Unsicherheiten bei der Schwerpunktbestimmung, auf Überbelichtung und auf Halo-Effekte in der Umgebung des Planeten. Der Abbildungsmaßstab beeinflusst somit direkt die Genauigkeit, mit der Mondabstände bestimmt werden können.

Gleichzeitig reicht der Abbildungsmaßstab des Seestar S50 aus, um die Galileischen Monde als getrennte Lichtquellen neben Jupiter sichtbar zu machen. Für die vorliegen-

de Arbeit steht daher nicht die hochaufgelöste Planetenbeobachtung im Vordergrund, sondern die Frage, ob die Bilddaten für eine quantitative Positionsbestimmung der Monde ausreichen.

2.3 Einfluss der Erdatmosphäre auf die Bildqualität

Auch wenn ein Teleskop theoretisch ein bestimmtes Auflösungsvermögen besitzt, wird die tatsächlich erreichbare Bildschärfe bei erdgebundenen Beobachtungen zusätzlich durch die Atmosphäre begrenzt. Ursache hierfür sind turbulente Luftschichten mit leicht unterschiedlichen Temperaturen und Dichten. Dadurch ändert sich der Brechungsindex der Luft lokal und zeitlich, sodass die Lichtstrahlen beim Durchgang durch die Atmosphäre geringfügig abgelenkt werden (vgl. Dullemond 2011).

Dieses Phänomen wird als Seeing bezeichnet. Es führt dazu, dass Sterne und planetare Details im Bild nicht völlig ruhig und scharf erscheinen, sondern leicht flimmern oder unscharf wirken. Bei längeren Belichtungen oder ungünstigen Bedingungen kann sich diese Unschärfe deutlich auf die Bildqualität auswirken (vgl. Dullemond 2011).

Für die vorliegende Arbeit ist das Seeing deshalb relevant, weil die Positionen der Galileischen Monde möglichst präzise aus den Bilddaten bestimmt werden sollen. Wenn sich die Abbildung von Frame zu Frame leicht verändert oder verbreitert, streuen auch die gemessenen Pixelpositionen. Die Atmosphäre trägt damit direkt zur Messunsicherheit bei.

Zusammen mit der begrenzten Öffnung und dem kleinen Abbildungsmaßstab des Seestar S50 ergibt sich daraus eine natürliche Grenze der erreichbaren Genauigkeit. Dennoch sind die Galileischen Monde hell genug und in ausreichend großem Abstand zu Jupiter sichtbar, sodass ihre Positionen trotz dieser Einschränkungen bestimmt und für die weitere Analyse genutzt werden können.

3 Teleskoptypen

3.1 Überblick

Astronomische Teleskope lassen sich grundsätzlich in Linsenteleskope (Refraktoren), Spiegelteleskope (Reflektoren) und kombinierte Systeme einteilen. Jede Bauform weist spezifische Vor- und Nachteile hinsichtlich Abbildungsqualität, Baugröße und Anwendungsbereich auf (vgl. Hanslmeier 2023, S. 26 f.).

Für die hier vorgestellte Untersuchung ist vor allem relevant, welche Eigenschaften eines Teleskops den Abbildungsmaßstab und die erreichbare Auflösung bestimmen. Detaillierte theoretische Betrachtungen zu Abbildungsfehlern sind dabei nur insofern von Bedeutung, als sie die praktische Messgenauigkeit beeinflussen.

3.2 Linsenteleskope (Refraktoren)

Refraktoren verwenden Linsen zur Bündelung des einfallenden Lichts. Sie zeichnen sich durch eine geschlossene Bauweise, einen hohen Kontrast und eine vergleichsweise einfache Justage aus. Nachteile ergeben sich insbesondere bei größeren Öffnungen, da Linsen mit zunehmendem Durchmesser schwerer und kostenintensiver werden und chromatische Aberrationen auftreten können (vgl. Hanslmeier 2023, S. 26–29).

Moderne Refraktoren verwenden häufig achromatische oder apochromatische Linsensysteme, um Farbsäume weitgehend zu korrigieren. Aufgrund ihrer guten Abbildungsqualität und mechanischen Stabilität eignen sich Refraktoren besonders für die Beobachtung heller Objekte (vgl. Carroll & Ostlie 2017, S. 154 f.).

3.3 Spiegelteleskope (Reflektoren)

Reflektoren nutzen gekrümmte Spiegel zur Lichtsammlung und -fokussierung. Da Spiegel unabhängig von der Wellenlänge des Lichts arbeiten, treten bei ihnen keine chromatischen Aberrationen auf. Zudem lassen sich große Öffnungen vergleichsweise kostengünstig realisieren, was Reflektoren insbesondere für lichtschwache Deep-Sky-Objekte attraktiv macht.

Nachteile von Reflektoren bestehen unter anderem in der offenen Bauweise, die eine regelmäßige Justage erforderlich macht, sowie in der potenziellen Anfälligkeit gegenüber mechanischen und thermischen Einflüssen (vgl. Hanslmeier 2023, S. 26).

3.4 Katadioptrische Systeme

Katadioptrische Teleskope kombinieren brechende und reflektierende Elemente, um eine kompakte Bauform bei gleichzeitig großer effektiver Brennweite zu erreichen. Bekannte Vertreter sind Schmidt-Cassegrain- und Maksutov-Cassegrain-Systeme. Diese Bauformen sind im Amateurbereich weit verbreitet und ermöglichen bei relativ kurzer Bauform hohe Vergrößerungen.

3.5 Einordnung von Smart-Teleskopen

Smart-Teleskope stellen eine vergleichsweise neue Entwicklung in der Amateurastronomie dar. Sie kombinieren optische Systeme mit integrierter Sensorik, automatisierter Nachführung und softwaregestützter Bildverarbeitung in einem geschlossenen Gesamtsystem (vgl. ZWO Optical, o. J.). Ziel dieser Geräte ist es, Beobachtungen weitgehend zu automatisieren und die Einstiegshürde für astronomische Beobachtungen zu senken.

Das in dieser Arbeit verwendete Seestar S50 ist ein solches Smart-Teleskop und basiert optisch auf einem apochromatischen Refraktor (vgl. ZWO Optical, o. J.). Seine Besonderheit liegt weniger in der optischen Bauform als vielmehr in der Kombination aus Optik, Kamera, Steuerung und Auswertesoftware. Die physikalischen Grenzen des Systems ergeben sich daher sowohl aus den optischen Parametern als auch aus der digitalen Bildverarbeitung, was im weiteren Verlauf der Arbeit näher untersucht wird.

4 Das Seestar S50 im Detail

4.1 Optische und technische Spezifikationen

Die technischen und optischen Spezifikationen des Seestar S50 basieren überwiegend auf den Angaben des Herstellers ZWO Optical sowie auf öffentlich zugänglichen Produktinformationen und Dokumentationen.

Das Seestar S50 ist ein automatisiertes Teleskopsystem, bei dem optische Einheit, Kamera und Steuerung in einem Gerät integriert sind. Der Hersteller ZWO (Zhen Wang Optical, China) ist vor allem durch Astrokameras bekannt.

Das optische System des Seestar S50 ist ein apochromatischer Refraktor mit einer Öffnung von 50 mm und einer Brennweite von 250 mm, was einem Öffnungsverhältnis von $f/5$ entspricht. Durch die apochromatische Korrektur werden chromatische Aberrationen reduziert. Diese führen dazu, dass Licht unterschiedlicher Wellenlängen nicht exakt im selben Fokus gebündelt wird und sich als farbige Ränder an kontrastreichen Strukturen im Bild zeigen.

Die geringe Öffnung und die kurze Brennweite führen dazu, dass das Auflösungsvermögen begrenzt ist und der Abbildungsmaßstab klein bleibt (vgl. Kapitel 2). Jupiter erscheint im Bild daher lediglich als kleine Scheibe, ohne dass feine atmosphärische Strukturen sichtbar werden.

Der im System verbaute CMOS-Sensor (Sony IMX462) besitzt eine Auflösung von 1920×1080 Pixeln (vgl. ZWO Optical, o. J.). Dadurch erstrecken sich Jupiter und seine Monde nur über wenige Pixel. Kleine Änderungen in der Helligkeitsverteilung oder in der Bildschärfe wirken sich daher direkt auf die Bestimmung der Positionen aus.

Im Vergleich zu Kameras ohne Nachführung ergibt sich ein wesentlicher Unterschied. Das Seestar S50 kann ein Objekt über längere Zeit im Bildfeld halten und fortlaufend aufnehmen. Dadurch entstehen Bildreihen, die sich für eine quantitative Auswertung eignen.

Das System ist in einem kompakten Gehäuse untergebracht und wiegt etwa 2,5 kg. Die Ausrichtung erfolgt automatisch über eine Kombination aus Sensoren und softwarebasierter Sternmustererkennung. Die Alt-Azimut-Montierung ermöglicht eine automatische Nachführung, wobei die Bildrotation softwareseitig korrigiert wird.

4.2 Steuerung und Softwarearchitektur

Die Steuerung des Seestar S50 erfolgt über eine App, die für Android- und iOS-Geräte verfügbar ist (ZWO, 2023). Sie übernimmt die Ausrichtung des Teleskops, die Auswahl von Beobachtungszielen sowie die Aufnahme und Speicherung der Bilder.

Die Verbindung zwischen Smartphone und Teleskop erfolgt zunächst über Bluetooth und anschließend über ein WLAN-Netzwerk des Geräts. Nach dem Einschalten wird das Teleskop automatisch erkannt, und die App führt durch die grundlegende Einrichtung (Carter, 2023).

Die Benutzeroberfläche der App ist in mehrere Bereiche gegliedert.

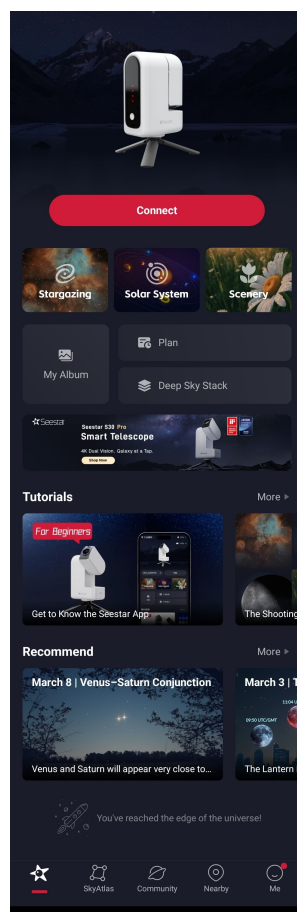


Abbildung 4.1: Startoberfläche der Seestar-App zur Steuerung des Seestar S50. Die App dient zur Zielauswahl, Gerätesteuerung und Bildaufnahme. Quelle: Eigener Screenshot.

Unter „Das Beste von heute Nacht“ werden automatisch Beobachtungsvorschläge angezeigt, die sich an Datum, Uhrzeit und Standort orientieren. Der Bereich „Himmelsatlas“ stellt ein interaktives Planetarium dar, in dem Himmelsobjekte gezielt ausgewählt werden können. Das Sichtfeld des Teleskops wird dabei markiert. Im Menüpunkt „Community“ können Nutzerinnen und Nutzer ihre Aufnahmen teilen. Die Funktion „In der Nähe“ zeigt aktive Geräte in der Umgebung an.

Nach Auswahl eines Beobachtungsziels richtet sich das Teleskop automatisch aus. Dies geschieht über eine Kombination aus Sternmustererkennung und Positionsbestimmung. Anschließend wird automatisch fokussiert, und die Aufnahme beginnt.

Die Bildaufnahme erfolgt im sogenannten Livestacking-Modus. Dabei werden fortlaufend Einzelbilder aufgenommen, ausgerichtet und zu einem Gesamtbild kombiniert. Dieses Verfahren verbessert das Signal-Rausch-Verhältnis, verändert jedoch gleichzeitig die ursprünglichen Rohdaten, da bereits während der Aufnahme eine Verarbeitung erfolgt.

Neben dem Livestacking-Modus stehen in der App verschiedene Aufnahmemodi zur Verfügung. Dazu gehören unter anderem ein Modus für allgemeine Himmelsbeobachtungen (Stargazing), ein speziell auf helle Objekte des Sonnensystems ausgelegter Planetenmodus sowie ein Modus für terrestrische Aufnahmen.

Während der Aufnahme können Parameter wie Belichtungszeit, Verstärkung (Gain) und Stacking-Dauer angepasst werden. Diese Einstellungen beeinflussen direkt die Helligkeitsverteilung im Bild. Bei hellen Objekten wie Jupiter kann es zu Überbelichtung kommen, wodurch das Planetenscheibchen vergrößert erscheint und die Positionsbestimmung erschwert wird.

Die Bilddaten können als komprimierte Formate sowie als FITS-Dateien gespeichert werden, was eine weiterführende Auswertung außerhalb der App ermöglicht (Carter, 2023).

4.3 Datenverarbeitung und externe Werkzeuge

Die aufgenommenen Bilder werden im internen Speicher abgelegt und können exportiert werden. Neben komprimierten Bildformaten werden auch FITS-Dateien gespeichert, die zusätzliche Metadaten enthalten.

Für die weiterführende Auswertung wird unter anderem WinJUPOS eingesetzt. Dieses Programm berechnet präzise Ephemeriden von Planeten und ihren Monden.

WinJUPOS dient in dieser Arbeit nicht zur Messung der Mondpositionen selbst, sondern stellt Referenzdaten bereit. Dadurch wird ein Vergleich zwischen experimentellen Messungen und theoretischen Erwartungen ermöglicht.

4.4 Praktische Einsatzmöglichkeiten

Das Seestar S50 ermöglicht die Beobachtung von Jupiter und seinen Galileischen Monden. Aufgrund des begrenzten Auflösungsvermögens und des kleinen Abbildungsmaßstabs bleiben feine Strukturen auf der Planetenscheibe unsichtbar.

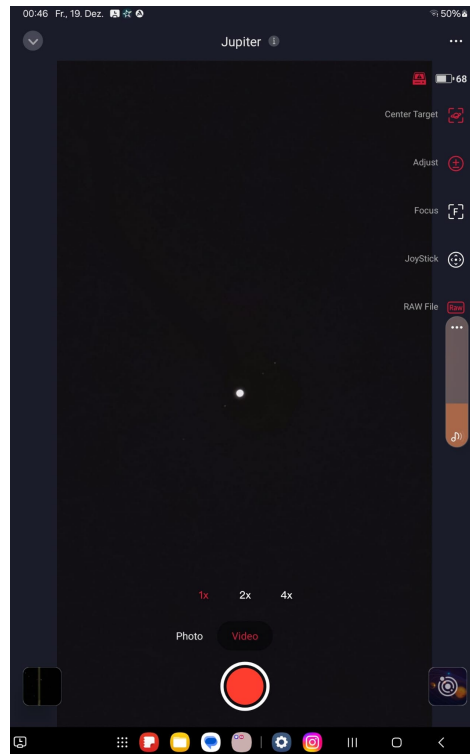


Abbildung 4.2: Beobachtung des Planeten Jupiter mit dem Seestar S50 über die Seestar-App. Neben dem Planetenscheibchen sind mehrere Galileische Monde sichtbar. Quelle: Eigener Screenshot.

Die Monde erscheinen als einzelne Lichtquellen neben Jupiter und können in ausreichendem Abstand zum Planeten identifiziert werden.

Die Grenzen ergeben sich vor allem aus der geringen Öffnung, der kurzen Brennweite und der festen Kopplung von Optik und Sensor. Diese Faktoren beeinflussen die Genauigkeit der Positionsbestimmung.

5 Jupiter & seine Monde

5.1 Jupiter als Beobachtungsobjekt

Jupiter ist aufgrund seiner hohen scheinbaren Helligkeit ein gut beobachtbares Objekt am Nachthimmel und lässt sich auch unter weniger idealen Beobachtungsbedingungen zuverlässig auffinden (vgl. Kerschbaum et al., S. 114 ff.).

Der scheinbare Winkeldurchmesser Jupiters liegt je nach Stellung zur Erde typischerweise im Bereich von etwa 40'' bis 50'' (vgl. Kerschbaum et al., S. 114 ff.). In Kombination mit der vergleichsweise kurzen Brennweite des Seestar S50 erscheint Jupiter auf den aufgenommenen Bildern lediglich als kleine Scheibe. Feine Details der Jupiteratmosphäre können unter diesen Bedingungen nicht aufgelöst werden. Für die vorliegende Arbeit ist dies jedoch nicht relevant, da Jupiter nicht selbst Untersuchungsgegenstand ist, sondern als Referenzobjekt für die Positionsbestimmung seiner Monde dient.

5.2 Die Galileischen Monde

Zu den bekanntesten Monden des Jupiter zählen Io, Europa, Ganymed und Kallisto, die sogenannten Galileischen Monde. Sie wurden im Jahr 1610 von Galileo Galilei entdeckt und lieferten einen der ersten experimentellen Hinweise darauf, dass sich nicht alle Himmelskörper um die Erde bewegen (vgl. Baker 2012, S. 8).

Die Galileischen Monde umlaufen Jupiter auf nahezu kreisförmigen Bahnen mit unterschiedlichen Umlaufzeiten und mittleren Abständen. Aufgrund ihrer scheinbaren Helligkeit sind sie auch mit kleineren Teleskopen gut beobachtbar. Sie erscheinen auf den Aufnahmen punktförmig und lassen sich klar vom Planetenscheibchen trennen.

Die Winkelabstände der Monde liegen typischerweise im Bereich von mehreren Bogenminuten und sind damit deutlich größer als die Auflösungsgrenze des verwendeten Teleskops.

5.3 Relevanz für die Beobachtung und Messung

Bereits vor der Durchführung der Beobachtungen lässt sich erwarten, dass die Galileischen Monde mit einem Smart-Teleskop wie dem Seestar S50 getrennt abgebildet werden können. Grundlage dafür sind ihre ausreichende Helligkeit sowie ihre großen Winkelabstände vom Jupiter.

Wie in Kapitel 2 gezeigt, liegt das Auflösungsvermögen des verwendeten Teleskops bei etwa $2,8''$. Die Winkelabstände der Monde von Jupiter liegen dagegen im Bereich von mehreren Bogenminuten. Sie liegen damit deutlich über der Auflösungsgrenze des Systems, sodass eine Trennung von Jupiter und den Monden grundsätzlich möglich ist.

Die tatsächliche Sichtbarkeit hängt jedoch von der jeweiligen Mondkonstellation und den atmosphärischen Bedingungen ab.

6 Beobachtungsplanung

6.1 Standort & Bedingungen

Die Beobachtungen wurden von meinem Balkon in der Weststadt in Heidelberg durchgeführt. Der Standort bietet eine freie Sicht in Süd- bis Südost-Richtung, was in den Beobachtungsmonaten für Jupiter günstig war. Obwohl es sich um ein innerstädtisches Umfeld mit typischer Lichtverschmutzung handelt, ist Jupiter aufgrund seiner Helligkeit problemlos sichtbar und für Aufnahmen mit dem Seestar S50 gut geeignet.

Durch die Wahl eines normalen Wohnstandortes sollte gleichzeitig gezeigt werden, dass sich das Teleskop ohne großen Aufwand im Alltag einsetzen lässt, ein Aspekt, der vor allem im schulischen Kontext relevant ist, da Schüler*innen für eigene Beobachtungsaufgaben in der Regel von zuhause aus arbeiten würden.

6.2 Zeitraum: Oktober – Februar

Die Beobachtungen fanden zwischen Oktober und Februar statt. In diesem Zeitraum steht Jupiter in den Abend- und Nachtstunden gut sichtbar über dem Horizont und erreicht ausreichend große Höhen, sodass sich seine Monde klar abbilden lassen. Dadurch bot sich das Zeitfenster für wiederholte Messungen an mehreren Nächten gut an. Die eigenen Beobachtungen wurden im Zeitraum von November bis Ende Dezember durchgeführt. Der ursprünglich geplante Beobachtungszeitraum bis in den Februar hinein konnte aufgrund der anschließenden Auswertungsphase sowie ungünstiger Wetterbedingungen nicht vollständig ausgeschöpft werden.

Ein besonders günstiger Zeitpunkt innerhalb dieses Zeitraums war die Opposition Jupiters am 10. Januar. In dieser Stellung befindet sich Jupiter der Erde gegenüber der Sonne und ist daher die gesamte Nacht sichtbar. Zudem erreicht er in dieser Phase seine maximale Helligkeit und einen besonders großen scheinbaren Durchmesser.

Auch in den Wochen vor der Opposition, die den Zeitraum der eigenen Beobachtungen umfassen, sind die Sichtbarkeitsbedingungen bereits günstig, da Jupiter zunehmend länger sichtbar ist und große Höhen über dem Horizont erreicht.

Beobachtungen nach der Opposition konnten aufgrund der Wetterlage im Januar

nicht mehr durchgeführt werden.

6.3 Optimale Beobachtungszeiten

Um die jeweils besten Zeitfenster zu bestimmen, habe ich vor allem zwei Quellen genutzt:

- Stellarium Web (Position und Höhe von Jupiter)
- <https://www.timeanddate.com/astronomy/> (Auf- und Untergangszeiten)

Damit ließ sich abschätzen, wann Jupiter hoch genug steht und die Beobachtung sinnvoll ist. Im Allgemeinen lagen die optimalen Beobachtungszeiten zwischen dem späten Abend und dem frühen Nachtmaximum, wenn Jupiter den höchsten Punkt seiner Bahn erreicht.

Die Beobachtungsdaten samt Wetterlage sind im Anhang in Tabelle A.1 aufgeführt.

6.4 Material & Ausrüstung

Für die Beobachtungen kamen folgende Geräte und Programme zum Einsatz:

- Seestar S50
- Stativ
- Seestar-App zur Steuerung des Teleskops
- WinJUPOS (Ephemeriden, Vergleichswerte)
- Python (Messung der Abstände der Jupitermonde)
- AstroImageJ

Die ausführlichere Beschreibung des Seestar S50 erfolgte in Kapitel 4. Der Punkt der Beobachtungsplanung beschränkt sich daher auf die technische Übersicht, die für das Verständnis des Vorgehens notwendig ist.

7 Theoretischer Hintergrund: Das dritte Keplersche Gesetz

Die Darstellung der Keplerschen Gesetze basiert auf der im Halliday dargestellten Herleitung (vgl. Halliday et al.). Die Beschreibung der Umlaufbewegungen von Himmelskörpern bildet eine zentrale Grundlage der klassischen Astronomie. Einen wesentlichen Beitrag hierzu leistete Johannes Kepler (1571–1630), der auf Basis der präzisen Beobachtungsdaten von Tycho Brahe drei empirische Gesetze der Planetenbewegung formulierte. Für die vorliegende Arbeit ist insbesondere das dritte Keplersche Gesetz von Bedeutung, da es einen direkten quantitativen Zusammenhang zwischen Umlaufzeit und Bahngröße eines Körpers beschreibt. Die Bahnen der Galileischen Monde weisen nur sehr geringe Exzentrizitäten auf, sodass sie in guter Näherung als kreisförmig angenommen werden können. Diese Vereinfachung ist für die vorliegende Auswertung ausreichend und ermöglicht zugleich eine deutlich einfachere und im schulischen Kontext gut nachvollziehbare Beschreibung der Bewegung.

Das dritte Keplersche Gesetz, auch als harmonisches Gesetz bezeichnet, besagt, dass für alle Körper, die ein gemeinsames Zentralobjekt umkreisen, das Quadrat der Umlaufzeit T proportional zur dritten Potenz des mittleren Abstands a vom Zentralobjekt ist:

$$T^2 \propto a^3 \tag{1}$$

Dieser Zusammenhang gilt nicht nur für Planeten, die die Sonne umkreisen, sondern ebenso für Monde, die sich um einen Planeten bewegen. Im Fall der Galileischen Monde beschreibt das dritte Keplersche Gesetz somit die Beziehung zwischen der Umlaufzeit eines Mondes und seinem mittleren Abstand vom Jupiter.

Die physikalische Grundlage des dritten Keplerschen Gesetzes lässt sich aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz in Verbindung mit der Zentripetalkraft ableiten. Ein Mond der Masse m , der sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius r um Jupiter der Masse M bewegt, erfährt die Gravitationskraft

$$F_{\text{grav}} = G \frac{Mm}{r^2} \tag{2}$$

wobei G die Gravitationskonstante ist. Diese Kraft wirkt als Zentripetalkraft

$$F_z = m \frac{v^2}{r} \quad (3)$$

die für die Kreisbewegung notwendig ist. Durch Gleichsetzen der beiden Kräfte ergibt sich ein Zusammenhang zwischen der Umlaufgeschwindigkeit v , dem Bahnradius r und der Masse des Zentralobjekts. Unter Verwendung der Beziehung zwischen Umlaufgeschwindigkeit und Umlaufzeit

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad (4)$$

folgt schließlich der Zusammenhang

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3 \quad (5)$$

Diese Gleichung zeigt, dass für alle Monde eines Planeten das Verhältnis T^2/r^3 konstant ist, solange die Masse des Zentralobjekts dominiert. Da die Masse Jupiters die Massen der Galileischen Monde deutlich übersteigt, ist diese Voraussetzung im Jupitersystem sehr gut erfüllt.

In der vorliegenden Arbeit wird dieser Zusammenhang experimentell überprüft, indem die Umlaufzeiten und mittleren Bahnradien der Galileischen Monde aus Beobachtungsdaten bestimmt werden. Dabei werden die Umlaufbahnen der Monde näherungsweise als Kreisbahnen angenommen. Diese Näherung ist für die betrachteten Monde zulässig, da ihre Exzentrizitäten klein sind und die Abweichungen von einer Kreisbahn im Rahmen der Messgenauigkeit liegen.

Die experimentelle Überprüfung des dritten Keplerschen Gesetzes erfolgt, indem die aus den Beobachtungen gewonnenen Werte für T und a miteinander verglichen werden. Insbesondere wird untersucht, ob die Beziehung aus Gleichung 1 innerhalb der experimentellen Unsicherheiten erfüllt ist. Die theoretische Erwartung dient dabei als Referenz für die Bewertung der Messergebnisse.

Das dritte Keplersche Gesetz stellt somit die zentrale theoretische Grundlage für die Auswertung der Beobachtungsdaten dar. In den folgenden Kapiteln werden die gewonnenen Messwerte der Galileischen Monde analysiert und in Beziehung zu diesem Gesetz gesetzt, um die Leistungsfähigkeit des verwendeten Smart-Teleskops sowie die Aussagekraft der durchgeführten Messungen zu beurteilen.

8 Datenbearbeitung

8.1 Datenerfassung

Zu Beginn erfolgten die Aufnahmen im Stargazing-Modus. Dieser Modus wurde gewählt, weil dabei neben dem Live-Stack auch einzelne Frames als FITS-Dateien gespeichert werden konnten. FITS (Flexible Image Transport System) ist ein Standardformat für astronomische Bild- und Spektraldaten, das in der professionellen Astronomie weit verbreitet ist. Für die spätere Messung war es wichtig, nicht nur ein Endbild zu haben, sondern mehrere Einzelbilder pro Zeitpunkt, um Ausreißer zu erkennen und die Streuung der Messwerte abschätzen zu können.

Die Beobachtungen wurden zu verschiedenen Zeitpunkten durchgeführt, sodass mehrere Messpunkte pro Abend entstanden. Nach jeder Beobachtung wurden die Daten auf einen Laptop übertragen und zunächst visuell überprüft. Für die Zuordnung der Galileischen Monde wurden die Aufnahmen mit Stellarium Web verglichen. Stellarium Web ist ein webbasiertes Planetariumsprogramm, mit dem sich die Positionen von Planeten und Monden für beliebige Zeitpunkte realitätsnah darstellen lassen. Es wurde verwendet, um die auf den Aufnahmen sichtbaren Lichtpunkte eindeutig den Galileischen Monden zuzuordnen und ihre erwartete Position relativ zu Jupiter zu überprüfen. Während in der vorliegenden Arbeit zur eindeutigen Zuordnung der Galileischen Monde auf Referenzdaten zurückgegriffen werden konnte, stand diese Möglichkeit zur Zeit Galileis nicht zur Verfügung. Die Identifikation der Monde erfolgte dort ausschließlich über wiederholte Beobachtungen ihrer relativen Positionen zu Jupiter. Bereits nach wenigen Nächten lässt sich erkennen, dass sich die Lichtpunkte systematisch bewegen und ihre Seitenlage relativ zum Planeten wechseln. Für eine weitergehende Zuordnung ist jedoch eine längere Beobachtungsreihe erforderlich, da sich die Monde durch unterschiedliche Umlaufgeschwindigkeiten und charakteristische maximale Abstände vom Planeten unterscheiden. Die Identifikation einzelner Monde beruht somit nicht auf einer einzelnen Beobachtung, sondern auf dem Vergleich mehrerer Nächte und der daraus erkennbaren Bewegungsmuster.

Schon bei diesen ersten Messpunkten zeigte sich jedoch ein zentrales Problem. Im Stargazing-Modus ließ sich die Belichtungszeit nicht weit genug reduzieren. Die Be-

lichtungszeit ist die Zeit, in der der Sensor Licht sammelt. Ist sie zu lang, überstrahlt ein helles Objekt. Jupiter war in diesen Aufnahmen stark überbelichtet, der Rand war nicht klar abgegrenzt und um das Planetenscheibchen lag ein heller Halo. Für den Vergleich mit Ephemeriden wurde jedoch der Jupiter-Radius im Bild benötigt, und dieser ließ sich aus den überbelichteten Frames nicht zuverlässig bestimmen.

8.2 Wechsel in den Planetenmodus

Um Jupiter sauberer abbilden zu können, wurden spätere Beobachtungen im Planetenmodus durchgeführt. Im Gegensatz zum Stargazing-Modus speichert dieser Modus keine einzelnen Frames, sondern Videosequenzen, erlaubt jedoch deutlich kürzere Belichtungszeiten sowie die Anpassung des Gain.

Der Gain beschreibt die elektronische Verstärkung des Sensorsignals. Eine Erhöhung des Gain steigert die Bildhelligkeit, verstärkt jedoch gleichzeitig das Bildrauschen.

Belichtungszeit und Gain wurden daher in Kombination angepasst. In der praktischen Durchführung wurde die Belichtungszeit so weit reduziert, dass Jupiter nicht mehr überstrahlte und der Rand des Planeten klar erkennbar war. Anschließend wurde der Gain so eingestellt, dass die Galileischen Monde weiterhin als punktförmige Lichtquellen sichtbar blieben, ohne das Bild unnötig zu verrauschen. Diese Einstellungen wurden im Laufe der Beobachtungen an die jeweilige Situation angepasst, indem die Aufnahmen direkt in der App kontrolliert und bei Bedarf korrigiert wurden.

8.3 Zerlegung der Videos in Einzelbilder mit PIPP

Die im Planetenmodus aufgenommenen Videos mussten für die weitere Auswertung in Einzelbilder zerlegt werden, um dieselbe Auswertelogik wie bei den FITS-Frames anwenden zu können. Hierfür wurde die Software PIPP verwendet. PIPP ist ein in der Amateurastronomie verbreitetes Vorverarbeitungsprogramm, das Videodateien in Einzelbilder zerlegt und diese nach Bildqualität sortieren kann.

Für jeden Beobachtungszeitpunkt wurden die Videos in Einzel-Frames zerlegt und als FITS-Dateien gespeichert. Anschließend wurden die qualitativ besten Frames ausgewählt und in einem Ordner gesammelt, der jeweils einen einzelnen Messzeitpunkt repräsentiert. Diese Ordner wurden für die weitere Verarbeitung komprimiert und in das Python-Skript importiert.

8.4 Berechnung der Jupiter- und Mondkoordinaten

Für die Analyse der Beobachtungsdaten von Jupiter und seinen Monden wurden die FITS-Dateien aus den Beobachtungen in Python bearbeitet, um automatisiert die Koordinaten des Planeten und der hellsten Monde zu bestimmen. Da die Qualität der einzelnen Frames je nach Seeing, Belichtungszeit und atmosphärischen Bedingungen stark variierte, wurden die jeweils verwendeten Bildserien (ZIP-Dateien) vorab manuell ausgewählt. Für jeden Messpunkt wurde gezielt eine kleine Anzahl besonders guter Frames verwendet, um die automatische Auswertung nicht durch schlechte Bilder zu verfälschen.

Ziel der Vorgehensweise war es, die Positionen der Monde relativ zu Jupiter über mehrere Beobachtungsframes hinweg zu erfassen, um später Abstände und Bewegungen analysieren zu können. Die Daten lagen in einer ZIP-Datei vor, die, wenn möglich, mehrere FITS-Dateien enthielt.

Zur Bearbeitung der Daten wurde Python 3 verwendet. Für die Analyse kamen mehrere Bibliotheken zum Einsatz: `astropy.io.fits` zum Einlesen und Verarbeiten der FITS-Dateien, `numpy` für numerische Operationen auf Bildarrays, `matplotlib` für die Visualisierung der Bilder und Ergebnisse, `scipy.ndimage` für bildverarbeitende Operationen wie die Berechnung des Schwerpunkts zusammenhängender Regionen, sowie `photutils`, insbesondere die Funktion `DAOSTarFinder`, zur automatischen Detektion punktförmiger Objekte. `DAOSTarFinder` identifiziert helle, punktförmige Quellen, wie sie bei Sternen oder Monden auftreten, basierend auf der bekannten Breite der Punktspreizfunktion (FWHM) und einem Helligkeitsschwellenwert. (Code siehe Anhang)

Zunächst werden die FITS-Dateien aus der ZIP-Datei in den Arbeitsspeicher geladen, wobei die Analyse auf eine variable Anzahl von Frames begrenzt wird. In der Praxis werden für jeden Messpunkt typischerweise etwa fünf aufeinanderfolgende Beobachtungsbilder ausgewertet. Die Anzahl der Frames kann jedoch je nach Datenlage variieren. Diese Vorgehensweise stellt sicher, dass für jeden Messpunkt ausreichend Daten vorliegen, um zuverlässige Koordinaten von Jupiter und seinen Monden zu bestimmen, und dass die Methode flexibel auf unterschiedliche Datenmengen angewendet werden kann.

Anschließend wird das Zentrum von Jupiter für jedes Bild ermittelt. Da Jupiter sehr hell ist und durch Halo-Effekte oder Rauschen beeinflusst wird, wird nicht einfach der hellste Pixel verwendet. Stattdessen werden zunächst statistische Werte des Bildes berechnet, nämlich Mittelwert, Median und Standardabweichung unter Ausschluss von Ausreißern. Pixel, deren Helligkeit mindestens zehnmal die Standardabweichung über dem Median liegt, werden als mögliche Jupiterkerne identifiziert. Zusammenhängende Regionen dieser hellen Pixel werden mit `label` erkannt, und die größte Region

wird als Kern von Jupiter angenommen. Der Schwerpunkt dieser Region wird mit `center_of_mass` berechnet, was eine präzise Bestimmung des Zentrums ermöglicht. Sollte kein ausreichend helles zusammenhängendes Gebiet gefunden werden, wird als Fallback der hellste Pixel des Bildes verwendet. Die Wahl des Faktors zehn für die Standardabweichung als Schwelle basiert auf empirischen Tests, die sicherstellen, dass nur der Kern von Jupiter berücksichtigt wird, während schwächere Halo-Pixel oder zufällige helle Pixel in der Umgebung keinen Einfluss haben.

Um Störungen durch den hellen Halo von Jupiter zu vermeiden, wird ein kreisförmiger Bereich um das ermittelte Zentrum maskiert, wobei alle Pixel innerhalb eines Radius von 30 px auf Null gesetzt werden. Dieser Radius wurde so gewählt, dass der Halo zuverlässig ausgeblendet wird, ohne dass nahe Monde verloren gehen.

Zusätzlich zu den Koordinaten wurde auch der Radius von Jupiter in Pixeln bestimmt, um die Abstände der Monde relativ zum Planeten korrekt berechnen zu können. Da der Radius definiert ist als die Entfernung vom Zentrum des Planeten bis zu dessen Rand, wurde er aus der ermittelten Jupiter-Region abgeleitet. Hierfür wird die gleiche Region verwendet, die zuvor zur Bestimmung des Jupiter-Zentrums genutzt wurde, also die hellsten zusammenhängenden Pixel, die den Kern von Jupiter bilden.

Der Radius wird dabei als mittlere Entfernung aller Pixel der Jupiter-Region zum Schwerpunkt berechnet. Formal entspricht dies der Berechnung des Mittelwerts der euklidischen Abstände jedes Pixels (x_i, y_i) der Region zum Schwerpunkt (x_J, y_J) :

$$R_{\text{Jupiter,px}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{(x_i - x_J)^2 + (y_i - y_J)^2} \quad (1)$$

wobei N die Anzahl der Pixel in der identifizierten Jupiter-Region ist.

Die Bestimmung des Radius ist besonders wichtig, da die Ephemeridenwerte der Monde oft in Jupiter-Radien angegeben werden und für die Umrechnung auf Pixelwerte ein korrekter Maßstab benötigt wird.

Während der Analyse stellte sich heraus, dass insbesondere zu Beginn der Beobachtungen, also vor der Umstellung auf den Videomodus, ein systematisches Problem bei der Bestimmung des Jupiter-Radius auftrat. In mehreren frühen Aufnahmen war der Planet so stark überbelichtet, dass der zentrale Bereich des Jupiter-Bildes vollständig ausgebrannt war. Dadurch sind die inneren Pixel des Planetenscheibchens gesättigt und spiegeln nicht mehr die tatsächliche Helligkeitsverteilung wider. Dies führt unmittelbar zu einem falschen Ergebnis bei der automatischen Radiusbestimmung. Der Algorithmus interpretiert die ausgebrannte Fläche als deutlich größer, als Jupiter in Wirklichkeit auf dem Bild erscheint.

Ein zu großer Radius in Pixeln wirkt sich wiederum direkt auf die spätere Berechnung der Ephemeridenabstände aus. Da die Ephemeridenwerte der Monde in Jupiter-Radien angegeben sind, werden sie zur Vergleichbarkeit in Pixel umgerechnet, indem

$$d_{\text{ephem,px}} = d_{\text{ephem,JupRad}} \cdot R_{\text{Jupiter,px}} \quad (2)$$

berechnet wird. Ist der gemessene Radius $R_{\text{Jupiter,px}}$ jedoch aufgrund der Überbelichtung zu groß, werden auch alle umgerechneten Ephemeridenabstände zu groß. Ein direkter Vergleich zwischen Messdaten und Ephemeriden wäre damit verzerrt.

Da besonders zu Beginn der Beobachtungskampagne mehrere Frames von diesem Überbelichtungsproblem betroffen waren und diese frühen Messpunkte aufgrund der insgesamt geringen Anzahl verfügbarer Nächte besonders wertvoll sind, habe ich mich entschieden, den Jupiter-Radius für die ersten sechs Messpunkte nicht aus den Bild-daten selbst zu bestimmen. Stattdessen wurde für diese Zeitpunkte der korrekte Planetendurchmesser aus WinJUPOS entnommen und als Radius in Pixeln umgerechnet. Auf diese Weise konnte verhindert werden, dass die ausgebrannten Jupiterbilder die Abstandsberechnung zwischen Jupiter und seinen Monden verfälschen.

Auf das maskierte Bild wird anschließend **DA0StarFinder** angewendet, um punktförmige helle Objekte zu identifizieren. Dabei wird die FWHM der Punktspreizfunktion auf 2 px gesetzt und der Schwellenwert für die Detektion auf drei Standardabweichungen über dem Median des Hintergrunds gewählt. Diese Parameter wurden anhand der Bildauflösung und der erwarteten Helligkeit der Monde gewählt, um sowohl die hellsten Monde zuverlässig zu erkennen als auch falsche Detektionen durch Rauschen zu minimieren.

Nach der Detektion erfolgt eine Filterung der gefundenen Objekte. Es werden nur solche Monde akzeptiert, die mindestens 25 px vom Jupiterzentrum entfernt sind, um eine Verwechslung mit dem Maskenbereich oder dem Halo zu vermeiden. Zudem werden nur die vier hellsten Monde ausgewählt, um die Analyse auf die bekanntesten und eindeutig erkennbaren Monde zu konzentrieren. Die Helligkeit der Objekte wird durch den gemessenen Flux angegeben, was eine weitere Möglichkeit bietet, die Zuverlässigkeit der Detektion zu überprüfen.

Für jeden Frame werden die ermittelten Koordinaten von Jupiter und den hellsten Monden sowohl ausgegeben als auch graphisch visualisiert. Dabei wird das Jupiter-Zentrum markiert, der Maskierungsradius eingezeichnet und die Monde nummeriert dargestellt. Dieses Plotten dient der Kontrolle der automatischen Erkennung, sodass überprüft werden kann, ob sowohl das Jupiter-Zentrum als auch die Monde korrekt lokalisiert wurden. Die Visualisierung erlaubt es, fehlerhafte Detektionen schnell zu erkennen und gegebenenfalls die Parameter anzupassen oder Frames auszusortieren.

Die wichtigsten Parameter der Analyse, wie die Höhe der Schwelle für die Jupitererkennung ($10 \times$ Standardabweichung), der Radius des Maskierungsbereichs (30 px), die minimale Abstandsschwelle für Monde (25 px) sowie die Anzahl der ausgewählten Monde (4), wurden experimentell bestimmt, um eine zuverlässige und reproduzierbare

Erkennung von Jupiter und seinen hellsten Monden zu gewährleisten.

Die Wahl der Analyseparameter erfolgte empirisch im Verlauf der Auswertung. Verschiedene Einstellungen wurden anhand mehrerer Testläufe überprüft und schrittweise angepasst, bis Jupiter und die Galileischen Monde unter unterschiedlichen Beobachtungsbedingungen zuverlässig erkannt werden konnten. Die Parameter wurden anschließend beibehalten, sobald sich zeigte, dass sie über mehrere Datensätze hinweg zu konsistenten Ergebnissen führten. Dabei wurde insbesondere darauf geachtet, Fehlidentifikationen durch Halo-Effekte, Bildrauschen oder Hintergrundsterne möglichst zu vermeiden.

8.5 Definition der Messgrößen

Im Verlauf der Auswertung zeigte sich, dass die bisher betrachtete Messgröße, der radiale Abstand der Monde vom Jupiterzentrum, zwar sehr gut für den Vergleich mit Ephemeriden geeignet ist, jedoch nicht ausreicht, um die periodische Umlaufbewegung der Monde vollständig zu beschreiben. Der radiale Abstand enthält keine Information darüber, auf welcher Seite des Jupiters sich ein Mond befindet. Für die spätere Analyse der Umlaufbewegung und insbesondere für die Bestimmung von Umlaufperioden und Bahnradius ist diese Richtungsinformation jedoch entscheidend.

Aus diesem Grund wurde die Python-Auswertung im weiteren Verlauf gezielt erweitert, um zusätzlich eine vorzeichenbehaftete Positionsgröße zu bestimmen, die die seitliche Auslenkung der Monde relativ zum Jupiterzentrum erfasst.

Dies geschah durch eine einfache Ergänzung im schon bestehenden Python Code. Zusätzlich zu den bereits bestimmten Pixelkoordinaten der Monde ($x_{\text{Mond}}, y_{\text{Mond}}$) und des Jupiterzentrums ($x_{\text{Jupiter}}, y_{\text{Jupiter}}$) wird nun auch deren Differenz in horizontaler Richtung berechnet. Diese Größe wird pro Frame ausgegeben und anschließend, analog zum radialen Abstand, über mehrere Frames eines Beobachtungszeitpunkts gemittelt. Die Streuung der Einzelwerte dient dabei erneut als Maß für die Messunsicherheit. Bei der Interpretation der gemessenen Mondpositionen ist zu berücksichtigen, dass die Umlaufbahnen der Galileischen Monde aus Sicht der Erde nicht in ihrer tatsächlichen Kreisform beobachtet werden, sondern als Projektion auf die Bildebene erscheinen. Die Bahnebenen sind dabei nur gering gegen die Sichtlinie geneigt, sodass die Bewegung der Monde im Bild nahezu eindimensional entlang einer Linie verläuft. Die senkrechte Komponente der Bewegung ist entsprechend stark verkleinert und in den Aufnahmen kaum auflösbar. Dies erklärt, warum die Mondbewegungen in der Auswertung im Wesentlichen durch eine eindimensionale, periodische Positionsänderung beschrieben werden können.

8.6 Manuelle Kontrolle und Ergänzungen einzelner Messungen

Zusätzlich zur Python-Auswertung wurden einzelne Frames mit AstroImageJ überprüft. AstroImageJ ist eine in der Astronomie häufig verwendete Software zur wissenschaftlichen Bildanalyse, die unter anderem präzise Messwerkzeuge für Abstände in digitalen Aufnahmen bereitstellt. Sie wurde zur manuellen Kontrolle ausgewählter Messungen eingesetzt. Mit dem Linientool konnten Abstände direkt im Bild gemessen werden. Diese Messungen wurden vor allem genutzt, wenn Python in bestimmten Frames offensichtlich falsch erkannt hatte oder wenn stichprobenartig überprüft werden sollte, ob die berechneten Abstände plausibel sind. Die manuell gemessenen Werte lagen in der Regel nahe bei den Python-Werten und dienten damit als Kontrolle.

In einzelnen Frames kam es vor, dass aufgrund von Überbelichtung, ungünstigen Seeing-Bedingungen oder fehlerhafter automatischer Erkennung nicht alle vier Galileischen Monde zuverlässig detektiert wurden. Teilweise wurden nur zwei oder drei Monde erkannt, obwohl weitere Monde visuell identifizierbar waren. Um diese Messzeitpunkte dennoch nutzen zu können, wurden die fehlenden Mondabstände in solchen Fällen manuell mit AstroImageJ bestimmt. Die Abstände zwischen dem Zentrum Jupiters und dem jeweiligen Mond wurden direkt im Bild gemessen und als Pixelwerte in die Excel-Tabelle übernommen. Entsprechend manuell bestimmte Werte wurden in der Auswertung gekennzeichnet.

8.7 Mittelwertbildung und Unsicherheiten

Für jeden Messzeitpunkt lagen mehrere Frames vor. Die pro Frame bestimmten Abstände und Positionsgrößen wurden daher über alle verwendeten Frames gemittelt. Als Maß für die Messunsicherheit wurde die Standardabweichung der Einzelwerte verwendet, da sie die Streuung der Messung von Frame zu Frame beschreibt.

8.8 Ephemeridendaten

Als Referenz für die Messdaten wurden Ephemeriden aus WinJUPOS verwendet. Für jeden Messzeitpunkt wurden die theoretisch erwarteten Mondpositionen übernommen und in Pixel umgerechnet. Dabei wurde der jeweilige Jupiter-Radius verwendet. Für frühe Messpunkte, bei denen der Radius nicht zuverlässig aus den Bilddaten bestimmt werden konnte, wurde der Radius aus WinJUPOS verwendet und entsprechend gekennzeichnet.

8.9 Verarbeitung der Messdaten in Excel

Nachdem die Koordinaten von Jupiter und seinen hellsten Monden mit Python bestimmt worden waren, wurden die Ergebnisse anschließend in Excel weiterverarbeitet. Die Python-Auswertung dient dabei ausschließlich der automatisierten Verarbeitung der Bilddaten und ist nicht als Teil gedacht, den Schülerinnen und Schüler selbst erarbeiten müssen. Entsprechende Skripte können im Unterricht vorgegeben werden, sodass dieser Schritt im Hintergrund abläuft.

Die eigentliche Auswertung erfolgt bewusst in Excel. Dieses ist im schulischen Kontext deutlich verbreiteter und ermöglicht es, zentrale Auswertungsschritte wie das Darstellen von Messdaten, das Erkennen von Zusammenhängen und das Arbeiten mit Diagrammen eigenständig nachzuvollziehen. Im Unterschied zur Bildverarbeitung mit Python steht hier somit nicht nur das Ergebnis, sondern auch der Lernprozess im Vordergrund. Dadurch wird die Methode auch für niedrigere Jahrgangsstufen zugänglich, während die Datenverarbeitung auf ein notwendiges Minimum reduziert bleibt.

Zunächst wurden alle von Python erzeugten Grafiken betrachtet, in denen Jupiter, der bestimmte Radius sowie die automatisch erkannten Monde markiert waren. Dabei habe ich für jeden Frame geprüft:

- Wird Jupiter korrekt erkannt?
- Wurde der Radius richtig bestimmt?
- Sind die Monde eindeutig markiert?
- Wurden Sterne fälschlicherweise als Monde identifiziert?
- Fehlt eventuell ein Mond?

Wenn ein Frame durch Überbelichtung, Seeing-Probleme oder fehlerhafte Erkennung auffällig war, wurde er aus der Auswertung ausgeschlossen. Dadurch entsteht eine saubere Messreihe, in der nur zuverlässige Frames berücksichtigt werden.

In einzelnen Frames wurden aufgrund von Überbelichtung, ungünstigen Seeing-Bedingungen oder fehlerhafter automatischer Erkennung nicht alle vier Galileischen Monde zuverlässig detektiert. Teilweise wurden in diesen Fällen nur zwei oder drei Monde erkannt.

Insgesamt mussten bei etwa vier von zwanzig Messpunkten (ca. 20 %) manuelle Korrekturen vorgenommen werden, da die automatische Detektion in diesen Fällen nicht zuverlässig war.

Die entsprechenden Werte wurden anschließend manuell ergänzt und in die Excel-Tabelle übernommen.

Um diese Beobachtungszeitpunkte dennoch nutzen zu können, wurden die fehlenden Mondabstände in solchen Fällen, wie auch schon oben erläutert, manuell mit AstroImageJ bestimmt. Die Abstände zwischen dem Zentrum Jupiters und dem jeweiligen Mond wurden dabei direkt im Bild gemessen und anschließend als Pixelwerte in die Excel-Tabelle übernommen. Entsprechend manuell bestimmte Werte wurden in der Auswertung kenntlich gemacht.

Die Zuordnung der Monde zu ihren tatsächlichen Identitäten (Io, Europa, Ganymed, Kallisto) erfolgte anschließend ebenfalls manuell. Zwar unterscheiden sich die Galileischen Monde in ihrer Helligkeit, sodass eine grobe Einordnung prinzipiell möglich ist, jedoch reicht dieses Kriterium allein nicht aus, um eine eindeutige Identifikation in jedem Fall sicherzustellen.

Insbesondere können sich die scheinbaren Helligkeiten je nach Beobachtungsbedingungen und Aufnahmequalität annähern, sodass eine Zuordnung ausschließlich über die Helligkeit unsicher bleibt. Die korrekte Identifikation der Monde erfolgte daher über einen Abgleich mit Stellarium Web, indem für das jeweilige Datum und die jeweilige Uhrzeit überprüft wurde, welcher Mond sich an welcher Position relativ zu Jupiter befinden musste.

Für jeden Beobachtungszeitpunkt wurden die gemessenen Mondabstände (in Pixeln) in Excel eingetragen und dort weiterverarbeitet. Die Tabelle ist im Anhang zu finden. Zusätzlich wurden für denselben Zeitpunkt die theoretischen Mondpositionen aus WinJUPOS übernommen. WinJUPOS gibt die Mondkoordinaten in Jupiter-Radien an, sodass die dazugehörigen theoretischen Abstände zunächst über

$$d_{\text{Eph}} = \sqrt{x_{\text{Eph}}^2 + y_{\text{Eph}}^2} \quad (3)$$

berechnet wurden.

Um diese theoretischen Abstände mit den gemessenen Pixelwerten vergleichen zu können, wurden sie anschließend mit dem Jupiter-Radius in Pixeln multipliziert:

$$d_{\text{Eph,px}} = d_{\text{Eph}} \cdot R_{\text{pix}} \quad (4)$$

Damit liegen sowohl die theoretischen als auch die gemessenen Abstände in denselben Einheiten vor, sodass ein direkter Vergleich möglich wird.

8.10 Einführung einer Zeitvariablen

Für die spätere Analyse der Umlaufbewegung der Galileischen Monde ist es erforderlich, die gemessenen Mondpositionen eindeutig in Abhängigkeit von der Zeit darzustellen. Hierzu wurde eine einheitliche Zeitvariable t eingeführt, die alle Messzeitpunkte auf einen gemeinsamen zeitlichen Bezugspunkt abbildet.

Als Referenzzeitpunkt wurde der erste Messzeitpunkt der Beobachtungsreihe gewählt. Dieser Zeitpunkt wurde per Definition mit

$$t = 0 \quad (5)$$

festgelegt. Für alle weiteren Messpunkte wurde die Zeitdifferenz zum Referenzzeitpunkt aus dem jeweiligen Datum und der Uhrzeit berechnet und in Tagen angegeben. Die Zeitvariable beschreibt somit, wie viele Tage seit der ersten Messung vergangen sind.

Formal ergibt sich für jeden Messzeitpunkt:

$$t_i = \frac{t_{\text{Messung},i} - t_{\text{Referenz}}}{24 \text{ h}} \quad (6)$$

wobei die Zeitdifferenz zunächst in Stunden bestimmt und anschließend in Tage umgerechnet wird.

Zur Veranschaulichung sei ein Beispiel angegeben:

Angenommen, der erste Messzeitpunkt der Beobachtungsreihe liegt am 31.10. um 04:05 Uhr. Dieser Zeitpunkt wird als Referenz gewählt und erhält den Wert $t = 0$. Erfolgt eine weitere Messung am 05.11. um 03:20 Uhr, so ergibt sich zwischen beiden Zeitpunkten eine Zeitdifferenz von 119,25 h. Umgerechnet in Tage ergibt sich damit

$$t = \frac{119,25 \text{ h}}{24 \text{ h}} \approx 4,97 \text{ Tage.} \quad (7)$$

Die Zeitvariable t wurde als eigene Spalte in die Excel-Tabelle aufgenommen und dient in den folgenden Kapiteln als unabhängige Variable für die Darstellung der Mondpositionen als Funktion der Zeit, für die Bestimmung der Umlaufperioden sowie für die Überprüfung des dritten keplerschen Gesetzes.

9 Bestimmung der Umlaufperioden

9.1 Vorgehen zur Periodenbestimmung

In diesem Kapitel wird beschrieben, wie aus den gemessenen Positionen der Galileischen Monde die Umlaufperioden bestimmt werden und wie diese Ergebnisse anschließend für den Test des dritten keplerschen Gesetzes genutzt werden.

Im Mittelpunkt steht das praktische Vorgehen bei der Auswertung der Beobachtungsdaten. Es wird dargestellt, welche Schwierigkeiten sich aus der Datenlage ergeben, welche Möglichkeiten zur Periodenbestimmung grundsätzlich zur Verfügung stehen und aus welchen Gründen letztlich eine bestimmte Auswertestrategie gewählt wurde.

Datenlage

Die vorliegenden Messdaten sind zeitlich nicht in regelmäßigen Abständen aufgenommen worden, sondern weisen eine deutlich ungleichmäßige Verteilung der Messzeitpunkte auf. Das bedeutet, dass sich Phasen mit mehreren eng aufeinanderfolgenden Messungen und Phasen mit längeren Beobachtungspausen abwechseln. Diese Struktur ergibt sich aus den Beobachtungsbedingungen, insbesondere aus wetterbedingten Ausfällen sowie aus der begrenzten Verfügbarkeit geeigneter Beobachtungsfenster. Für die Bestimmung einer Umlaufperiode spielt diese Unregelmäßigkeit eine Rolle, da periodische Signale in einer Zeitreihe am zuverlässigsten erkannt werden, wenn die Bewegung über mehrere Zyklen hinweg in möglichst gleichmäßigen zeitlichen Abständen erfasst wird.

Wäre die Messreihe gleichmäßig abgetastet, könnten einfache Verfahren eingesetzt werden, um die Umlaufperiode direkt aus der Zeitreihe abzuschätzen. Dazu gehört beispielsweise das Identifizieren wiederkehrender Extremwerte, also von Maxima und Minima, und das anschließende Mitteln der zeitlichen Abstände zwischen entsprechenden Punkten. Ebenso wäre es möglich, Nulldurchgänge zu zählen und aus deren zeitlicher Wiederkehr eine Periodendauer abzuleiten. In den hier verwendeten Daten ist dieser direkte Zugang jedoch nur eingeschränkt möglich, weil zwischen zwei Beobachtungsnächsten im Extremfall bereits ein vollständiger Umlauf oder sogar mehrere Umläufe liegen können. Zudem führt eine Bündelung von Messpunkten innerhalb kurzer Zeiträume

dazu, dass bestimmte Phasen des Umlaufs sehr dicht erfasst werden, während andere Phasen kaum oder gar nicht vorkommen.

Neben dieser grundsätzlichen Einschränkung tritt bei der Periodenbestimmung ein weiterer Effekt auf, der sich in den Auswertungen deutlich gezeigt hat. Wird eine Periodensuche ohne physikalische Eingrenzung über einen sehr großen Bereich möglicher Perioden durchgeführt, entsteht in vielen Fällen kein einzelnes eindeutiges Ergebnis, sondern es erscheinen mehrere mögliche Kandidaten. Ein algorithmisch “bester” Kandidat ist dabei nicht automatisch identisch mit der physikalisch korrekten Umlaufperiode. Stattdessen können Lösungen begünstigt werden, die aus der zeitlichen Struktur der Messpunkte selbst hervorgehen. In der Literatur wird dieses Problem häufig als Aliasing beschrieben, wobei scheinbar plausible Perioden entstehen, die vor allem durch die ungleichmäßige Abtastung und die vorhandenen Lücken im Datensatz unterstützt werden. Für die Auswertung bedeutet dies, dass eine reine, uneingeschränkte Periodensuche zwar formal immer einen Favoriten liefern kann, die physikalische Plausibilität dieses Ergebnisses jedoch zusätzlich geprüft und durch geeignete Kontrollen abgesichert werden muss.

Auswahl der Methode zur Periodenbestimmung

Für die Analyse ungleichmäßig abgetasteter Zeitreihen bietet sich das Lomb-Scargle-Periodogramm an, da dieses Verfahren speziell dafür entwickelt wurde, periodische Signale auch dann zu identifizieren, wenn die Messzeitpunkte nicht in festen zeitlichen Abständen vorliegen. Wie zuvor erläutert, zeigte sich im Rahmen der ersten Auswertungen, dass eine uneingeschränkte Anwendung dieser Methode über sehr große Periodenbereiche zu Ergebnissen führt, die nur schwer eindeutig zu interpretieren sind.

Aus diesem Grund wurde das Vorgehen im weiteren Verlauf angepasst. Das Periodogramm wird somit als Hilfsmittel zur Eingrenzung eines gut möglichen Periodenbereichs genutzt. Die Suche nach der Umlaufperiode erfolgt gezielt innerhalb eines physikalisch sinnvollen Fensters, das sich aus der Größenordnung der beobachteten Bewegung ergibt. Diese Einschränkung entspricht dem Vorgehen, das auch bei einer visuellen Betrachtung der Daten angewendet wird, da für jeden Mond eine ungefähre Zeitskala erwartet werden kann, innerhalb derer sich die periodische Bewegung abspielen muss.

Aus dem Periodogramm ergibt sich auf diese Weise eine erste Schätzung der Umlaufperiode, die als Ausgangspunkt für die weitere Analyse dient. Zur Verfeinerung dieses Wertes wird anschließend ein Cosinus-Modell an die gemessene Zeitreihe herangezogen.

Dabei wird eine Funktion der Form

$$x(t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + c$$

verwendet, um die Messdaten zu beschreiben. Die Parameter Amplitude A , Periodendauer T , Phasenverschiebung φ sowie ein konstanter Offset c werden im Rahmen einer nichtlinearen Ausgleichsrechnung bestimmt, wobei als Startwert für die Periodendauer der zuvor aus dem Lomb–Scargle-Periodogramm bestimmte Wert dient. Das Periodogramm liefert dabei bereits eine robuste Abschätzung der Periodendauer, während der anschließende Fit vor allem der Verfeinerung der Parameter dient.

Abweichungen einzelner Messpunkte von der Modellkurve sind aufgrund von Messunsicherheiten, Projektionseffekten und atmosphärischen Einflüssen zu erwarten.

Phasenfaltung

Zur inhaltlichen Überprüfung der gefundenen Periodendauer wird zusätzlich eine Phasenfaltung der Daten durchgeführt. Dabei werden alle Messzeiten auf einen einzigen Umlauf bezogen, indem für jede Messung der verbleibende Zeitanteil innerhalb eines Umlaufs bestimmt und auf die Periodendauer normiert wird. Auf diese Weise entsteht eine Darstellung, in der Messungen aus unterschiedlichen Umläufen, die sich an vergleichbaren Positionen innerhalb der Bahn befinden, gemeinsam betrachtet werden können. Wenn die gewählte Periodendauer physikalisch sinnvoll ist, ordnen sich die Messpunkte im Phasenplot zu einer klar erkennbaren, annähernd sinusförmigen Struktur. Dabei ist zu beachten, dass diese Darstellung voraussetzt, dass die Umlaufbahnen näherungsweise kreisförmig sind und keine starke Neigung gegenüber der Sichtlinie aufweisen. Für die Galileischen Monde ist diese Annahme jedoch gut erfüllt, da ihre Bahnen nur geringe Exzentrizitäten besitzen und nahezu in einer gemeinsamen Ebene liegen. Daher kann die beobachtete Bewegung in guter Näherung als sinusförmig beschrieben werden. Bei einer ungeeigneten Periodenwahl hingegen verteilen sich die Punkte ohne erkennbare Ordnung über den gesamten Phasenbereich.

Umsetzung der Auswertung mit Python

Die beschriebenen Schritte werden mithilfe eines Python-Skripts umgesetzt, das im Anhang dieser Arbeit dokumentiert ist. Das Skript liest die Messdaten aus der Tabelle ein, filtert sie nach dem jeweiligen Mond, berechnet das Periodogramm im gewählten Suchfenster, nutzt den besten Periodenkandidaten als Startwert für die Anpassung des Modells und erzeugt schließlich die zentralen Darstellungen der Zeitreihe, der Periodensuche und der Phasenfaltung.

Zusammenfassend lässt sich das Vorgehen wie folgt darstellen.

1. Darstellung der Zeitreihe $x(t)$ für jeden Mond
2. Periodensuche mit Lomb-Scargle in einem bestimmten Suchfenster

3. Verfeinerung der Periodenschätzung durch Anpassung eines Cosinus-Modells
4. Qualitätskontrolle durch Phasenfaltung und Phasenplot
5. Diskussion der Ergebnisse mit Blick auf Datenlage und Beobachtungsbedingungen

Im Folgenden werden die Monde nacheinander ausgewertet. Begonnen wird mit Europa.

Für den Vergleich wurden die Literaturwerte der Umlaufperioden nach Comins (Lehrbuch der Astronomie, 2011) übernommen.

Allgemeine Darstellung der Zeitreihen

Für alle betrachteten Monde wird der vorzeichenbehaftete Abstand zum Zentrum Jupiters als Funktion der Zeit dargestellt. Positive und negative Werte entsprechen dabei den unterschiedlichen Seiten des Planeten, sodass ein Vorzeichenwechsel einen Wechsel von einer Seite auf die andere anzeigt. Auf diese Weise lässt sich die Umlaufbewegung der Monde in der Zeitreihe nachvollziehen.

Die Messzeitpunkte sind nicht gleichmäßig verteilt, da die Beobachtungen an unterschiedlichen Nächten und unter variierenden Bedingungen durchgeführt wurden. Dadurch liegen teilweise mehrere Messpunkte dicht beieinander, während zwischen einzelnen Beobachtungsnächten größere zeitliche Lücken auftreten. Eine direkte Bestimmung der Umlaufperiode allein aus der Zeitreihe ist daher in der Regel nicht zuverlässig möglich.

9.2 Europa

Zeitreihe

Im Folgenden wird die Umlaufperiode des Mondes Europa anhand der vorliegenden Messdaten bestimmt.

Die Zeitreihe zeigt für Europa eine regelmäßig wechselnde Position relativ zu Jupiter. Zugleich wird sichtbar, dass die Messdaten trotz der insgesamt gut erkennbaren Struktur zeitlich lückenhaft verteilt sind. Eine direkte Bestimmung der Umlaufperiode allein aus der Zeitreihe ist deshalb auch hier nicht zuverlässig möglich.

Periodensuche

Um aus der vorliegenden Messreihe eine Umlaufperiode zu bestimmen, wird das Lomb-Scargle-Periodogramm eingesetzt. Dieses Verfahren ist speziell für zeitlich ungleichmä-

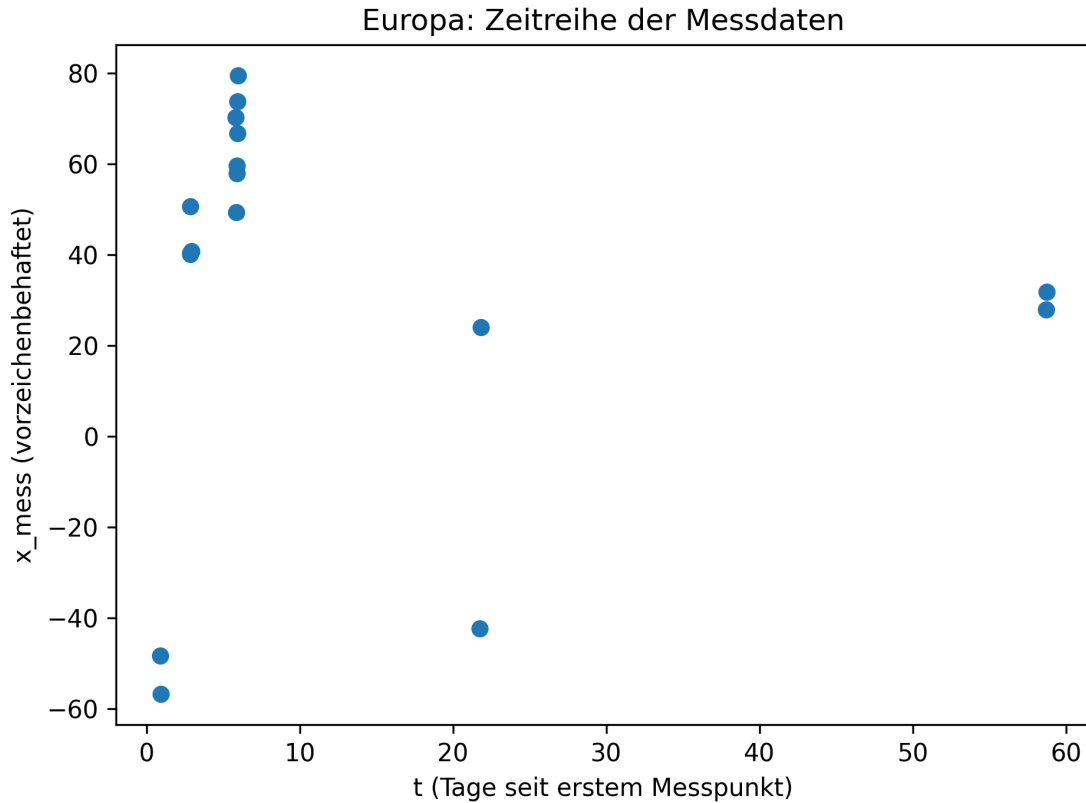


Abbildung 9.1: Zeitreihe: vorzeichenbehafteter Abstand Europas vom Jupiterzentrum als Funktion der Zeit.

ßig abgetastete Daten geeignet und erlaubt es, periodische Strukturen auch dann zu identifizieren, wenn die Messpunkte nicht in festen Zeitabständen vorliegen.

Grundidee der Methode ist es, nicht direkt nach einer einzigen Periodendauer zu suchen, sondern eine Vielzahl möglicher Perioden systematisch zu überprüfen. Diese möglichen Werte werden im Folgenden als Testperioden bezeichnet. Eine Testperiode ist also lediglich ein ausprobiertes Kandidat, mit dem geprüft wird, wie gut sich die Messdaten durch eine periodische Bewegung mit genau dieser Periodendauer beschreiben lassen.

Im konkreten Fall wird für Europa ein Periodenbereich zwischen 3,2 und 3,9 Tagen untersucht. Dieser Bereich ergibt sich aus einer qualitativen Betrachtung der Zeitreihe, aus der ersichtlich ist, dass sich die Bewegung Europas auf einer Zeitskala von wenigen Tagen abspielt.

Die Einschränkung des untersuchten Periodenbereichs stellt jedoch bereits eine Vorannahme dar. Streng genommen wird der Suchbereich hier nicht vollständig datengetrieben gewählt, sondern orientiert sich an der bekannten Größenordnung der Umlaufperiode. Ohne eine solche Eingrenzung zeigt das Lomb-Scargle-Periodogramm typischerweise mehrere signifikante Maxima, die teilweise in deutlich unterschiedlichen Periodenbereichen liegen und vergleichbare Power-Werte aufweisen. Eine eindeutige

Auswahl der physikalisch korrekten Periodendauer ist in diesem Fall allein auf Basis des Periodogramms nicht möglich.

Die eigentliche Bestimmung der Umlaufperiode erfolgt daher nicht allein über die Lage des Maximums im Periodogramm. Dieses liefert lediglich mögliche Kandidaten, deren physikalische Plausibilität im Anschluss durch den Fit an die Zeitreihe sowie durch die Phasenfaltung überprüft wird.

Innerhalb dieses Intervalls werden mehrere tausend Testperioden gleichmäßig verteilt betrachtet. Für jede einzelne dieser Testperioden wird rechnerisch geprüft, wie stark die Messdaten eine periodische Struktur mit genau dieser Periodendauer aufweisen.

Python passt hierbei mithilfe des Lomb-Scargle-Algorithmus für jede Testperiode eine sinusförmige Funktion an die Daten an. Dabei wird jedoch kein endgültiger Fit gespeichert, sondern lediglich bewertet, wie gut eine solche Sinusschwingung zu den vorhandenen Messpunkten passt. Das Ergebnis dieser Bewertung ist die sogenannte Lomb-Scargle-Power. Diese Größe ist dimensionslos und gibt an, wie ausgeprägt die periodische Übereinstimmung der Daten für die jeweilige Testperiode ist. Hohe Power-Werte bedeuten, dass die Messdaten bei dieser Periodendauer besonders kohärent schwingen, während niedrige Werte auf eine geringe oder fehlende periodische Struktur hinweisen.

Die Darstellung der Power als Funktion der Testperiode ergibt das Lomb-Scargle-Periodogramm. Ein ausgeprägtes Maximum im Periodogramm zeigt an, dass eine bestimmte Testperiode besonders gut zur zeitlichen Struktur der Messdaten passt. Daneben treten häufig weitere, schwächere Maxima auf. Bestimmte Perioden können zufällig gut zu den vorhandenen Beobachtungszeitpunkten passen, ohne die tatsächliche Bewegung korrekt zu beschreiben. Solche scheinbaren Lösungen werden als Alias-Perioden bezeichnet.

Aus diesem Grund wird das stärkste Maximum im Periodogramm nicht als endgültiges Ergebnis interpretiert. Stattdessen dient die zugehörige Testperiode als Startwert für eine weiterführende Modellanpassung der Zeitreihe. Erst durch den anschließenden Fit sowie durch zusätzliche Kontrollen, etwa mithilfe eines Phasenplots, kann überprüft werden, ob die gefundene Periodendauer die Bewegung des Mondes konsistent und sinnvoll beschreibt.

Die Abbildung zeigt das Lomb-Scargle-Periodogramm für Europa im Suchfenster von 3,2 bis 3,9 Tagen. Dargestellt ist die Lomb-Scargle-Power als Funktion der getesteten Periodendauer. Das deutlich ausgeprägte Maximum bei etwa 3,34 Tagen weist darauf hin, dass die Messdaten bei dieser Periodendauer die stärkste periodische Struktur zeigen.

Auffällig ist jedoch, dass das Maximum im Periodogramm nicht besonders scharf isoliert ist. Neben dem Hauptmaximum treten im betrachteten Suchfenster weitere

lokale Maxima mit vergleichbaren Power-Werten auf. Für einen insgesamt langen Beobachtungszeitraum wäre grundsätzlich ein deutlicher ausgeprägter Peak zu erwarten.

Die Ursache hierfür liegt in der Verteilung der Messzeitpunkte. Die Beobachtungen konzentrieren sich auf wenige, teilweise weit voneinander getrennte Nächte, während innerhalb einzelner Nächte mehrere Messungen dicht hintereinander aufgenommen wurden. Dadurch wird jeweils nur ein begrenzter Phasenbereich der Umlaufbewegung erfasst, während andere Phasen nur unzureichend abgedeckt sind.

Da für die Periodenbestimmung vor allem eine gleichmäßige Abdeckung der Umlaufphase entscheidend ist, können unter diesen Bedingungen mehrere Periodenwerte die Messdaten ähnlich gut beschreiben. Dies führt im Periodogramm zu zusätzlichen lokalen Maxima und zu einer geringeren Eindeutigkeit des Hauptpeaks.

Die Periodendauer des stärksten Maximums wird im Folgenden als Startwert für die Modellanpassung der Zeitreihe verwendet.

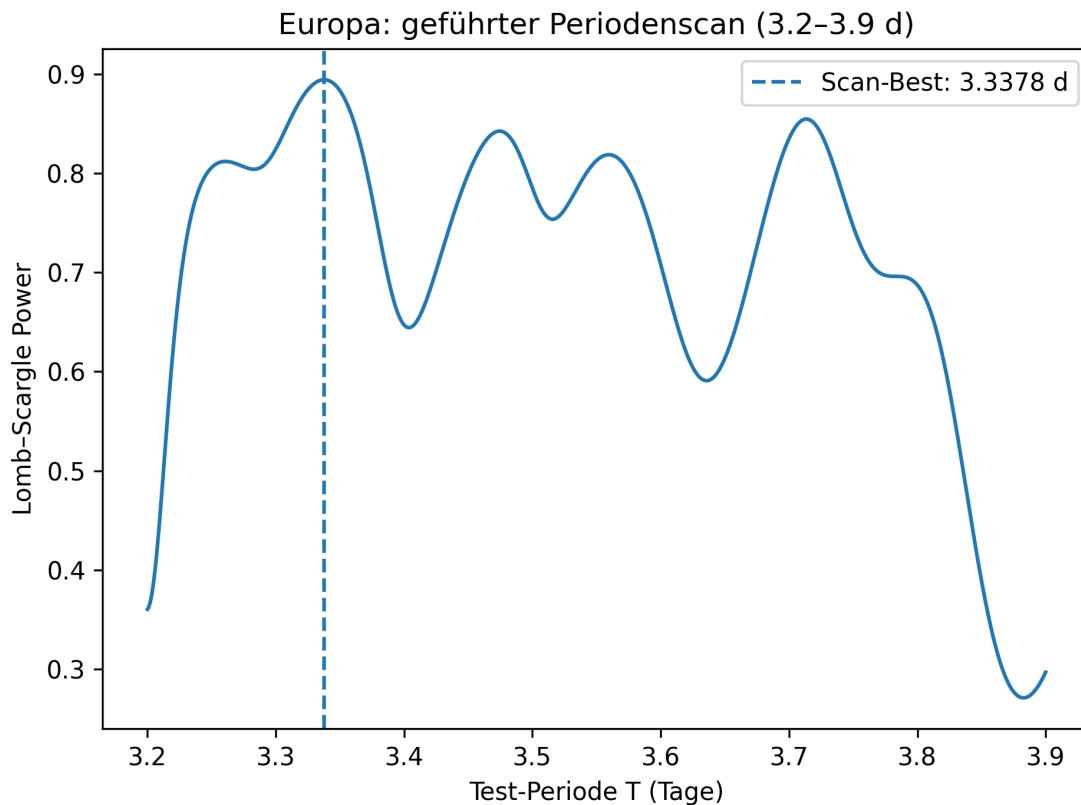


Abbildung 9.2: Lomb-Scargle-Periodogramm für Europa im Suchfenster von 3,2 bis 3,9 Tagen.

Modellanpassung und Bestimmung der Umlaufperiode

Auf Grundlage der im Periodenscan gewonnenen Startschätzung wird im nächsten Schritt ein Modell an die Zeitreihe angepasst. Ziel dieses Vorgehens ist es zu über-

prüfen, ob sich die gemessene Bewegung Europas über den gesamten Beobachtungszeitraum hinweg durch eine einheitliche Umlaufperiode beschreiben lässt. Der aus dem Periodogramm bestimmte Periodenwert dient dabei lediglich als Ausgangspunkt und wird im Anpassungsprozess nicht fest vorgegeben, sondern weiter optimiert.

Zur Beschreibung der Bewegung wird ein sinusförmiges Modell verwendet, das der Projektion einer nahezu kreisförmigen Umlaufbewegung auf die Bildebene entspricht. Das verwendete Modell hat die Form

$$x(t) = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right) + c. \quad (1)$$

Dabei beschreibt A die Amplitude der seitlichen Auslenkung, T die Umlaufperiode, φ die Phasenlage zum Referenzzeitpunkt und c einen konstanten Offset. Dieser Offset berücksichtigt, dass die gemessenen Abstände nicht zwingend symmetrisch um den Wert Null liegen müssen. Ursachen hierfür können unter anderem Projektionseffekte, die Bildgeometrie oder kleine systematische Unsicherheiten bei der Bestimmung des Jupitermittelpunkts sein.

Im Anpassungsprozess werden Amplitude, Phasenlage, Offset und Periodendauer so variiert, dass die Abweichungen zwischen Modell und Messwerten insgesamt minimiert werden. Dabei ist nicht entscheidend, dass jeder einzelne Messpunkt exakt auf der Modellkurve liegt. Vielmehr geht es darum zu prüfen, ob das zeitliche Muster der Messdaten durch eine konstante Periodendauer konsistent beschrieben werden kann.

Die überlagerte Darstellung von Messwerten und Modell in Abbildung zeigt, dass das Modell den allgemeinen Verlauf der Daten erfasst, auch wenn einzelne Messpunkte deutlich von der Modellkurve abweichen. Solche Abweichungen sind bei realen Beobachtungsdaten grundsätzlich zu erwarten und können durch Messunsicherheiten, wechselnde atmosphärische Bedingungen oder die begrenzte Genauigkeit der automatischen Objekterkennung erklärt werden.

Auffällig ist jedoch, dass die Abweichungen einzelner Messpunkte nicht rein zufällig verteilt sind, sondern teilweise systematisch größere Auslenkungen zeigen, als durch das Modell beschrieben werden. Insbesondere treten Punkte auf, die deutlich ober- oder unterhalb der Modellkurve liegen und sich nicht gleichmäßig um diese herum verteilen.

Dies deutet darauf hin, dass das verwendete sinusförmige Modell die beobachtete Bewegung nur näherungsweise beschreibt. Eine Ursache hierfür liegt darin, dass die Projektion der tatsächlichen Umlaufbewegung auf die Bildebene nicht exakt einer idealen Sinusfunktion entspricht. Zusätzlich können Unsicherheiten bei der Bestimmung des Jupitermittelpunkts sowie bei der automatischen Erkennung der Mondposition zu systematischen Abweichungen in den gemessenen Abständen führen.

Der Fit liefert daher keine perfekte Beschreibung der Daten, sondern eine vereinfachte Modellierung, die vor allem die zeitliche Struktur der Bewegung erfasst. Für die

Bestimmung der Umlaufperiode ist dies dennoch ausreichend, da diese primär durch die zeitliche Wiederholung der Bewegung bestimmt wird und weniger durch die exakte Form der Auslenkung.

Da der betrachtete Zeitraum mehrere Wochen umfasst, sind im Modell viele Umläufe hintereinander sichtbar, was sich in der Vielzahl der Schwingungen der Kurve widerspiegelt.

Als Ergebnis der Modellanpassung ergibt sich für Europa eine Umlaufperiode von

$$T = 3.47 \pm 0.01 \text{ Tage.}$$

Dieser Wert liegt in der Nähe des bekannten Literaturwertes von etwa 3.55 Tagen. Die verbleibende Abweichung ist plausibel durch die ungleichmäßige zeitliche Abdeckung der Messreihe sowie durch die begrenzte Anzahl an Messpunkten erklärbar. Um die Stabilität der gefundenen Periodendauer weiter zu überprüfen, wird das Ergebnis im nächsten Schritt zusätzlich mithilfe eines Phasenplots untersucht.

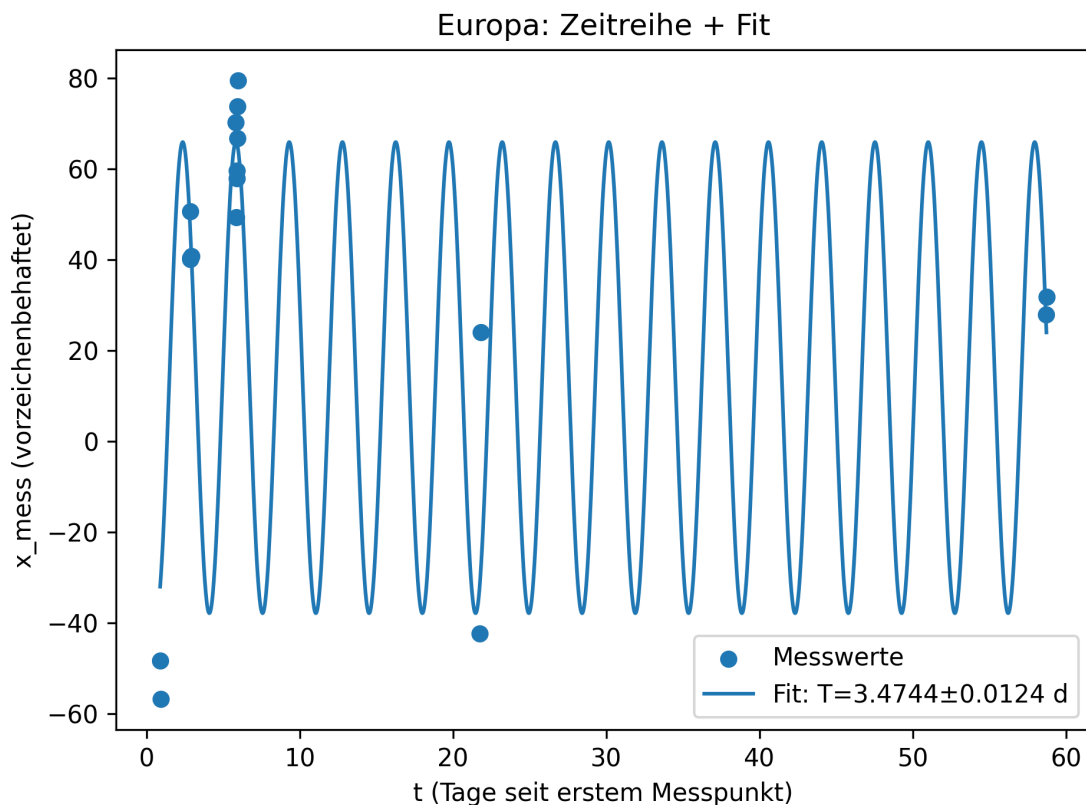


Abbildung 9.3: Zeitreihe von Europa mit überlagertem sinusförmigem Fit.

Phasenfaltung

Zur weiteren Überprüfung der bestimmten Periodendauer wird eine Phasenfaltung der Messdaten durchgeführt. Ziel dieses Schrittes ist es, zu untersuchen, ob die gefunde-

ne Umlaufperiode die Bewegung Europas auch über verschiedene Umläufe hinweg in sich schlüssig beschreibt. Dazu werden die Messzeiten nicht mehr als fortlaufende Zeit betrachtet, sondern auf eine einzige Umlaufperiode abgebildet. Messungen aus unterschiedlichen Nächten und aus verschiedenen Umläufen können dadurch gemeinsam in einem Diagramm dargestellt werden.

Im Phasenplot ist auf der horizontalen Achse die normierte Phase zwischen 0 und 1 aufgetragen, während die vertikale Achse erneut den vorzeichenbehafteten Abstand Europas vom Zentrum Jupiters zeigt. Jeder Messpunkt entspricht damit einer bestimmten Position innerhalb eines Umlaufs, unabhängig davon, zu welchem Zeitpunkt oder in welcher Beobachtungsnacht er aufgenommen wurde.

Die Darstellung in Abbildung zeigt, dass sich die Messpunkte nicht gleichmäßig über den gesamten Phasenbereich verteilen. Stattdessen treten deutliche Häufungen in einzelnen Phasenbereichen auf, während andere Abschnitte nur schwach oder gar nicht abgedeckt sind. Eine geschlossene, gleichmäßig gefüllte sinusförmige Struktur ist daher nicht vollständig ausgebildet.

Auffällig ist zudem, dass einzelne Messpunkte deutlich von der idealisierten Sinuskurve abweichen. Diese Abweichungen sind nicht ausschließlich zufällig verteilt, sondern zeigen teilweise systematisch größere Auslenkungen. Solche Effekte können sowohl durch Unsicherheiten bei der Positionsbestimmung als auch durch Projektionseffekte und atmosphärische Einflüsse verursacht werden.

Die ungleichmäßige Verteilung der Messpunkte ist eine direkte Folge der Beobachtungsbedingungen. Da viele Messungen innerhalb einzelner Nächte durchgeführt wurden, werden jeweils nur begrenzte Phasenbereiche dicht abgetastet, während andere Bereiche des Umlaufs kaum erfasst sind. Dadurch entsteht im Phasenplot keine gleichmäßige Kurve, sondern eine punktuelle Struktur mit Lücken.

Dabei ist zu beachten, dass diese Darstellung voraussetzt, dass die Umlaufbahnen näherungsweise kreisförmig sind und keine starke Neigung gegenüber der Sichtlinie aufweisen. Für die Galileischen Monde ist diese Annahme jedoch gut erfüllt, da ihre Bahnen nur geringe Exzentrizitäten besitzen und nahezu in einer gemeinsamen Ebene liegen. Dennoch stellt das verwendete sinusförmige Modell nur eine Näherung dar.

Trotz der beschriebenen Einschränkungen lässt sich eine grundlegende periodische Struktur erkennen. Messpunkte aus unterschiedlichen Nächten, die ähnliche Phasen repräsentieren, liegen in vergleichbaren Bereichen des Diagramms. Dies spricht dafür, dass die gewählte Periodendauer die zeitliche Wiederholung der Bewegung im Wesentlichen korrekt erfasst, auch wenn die Darstellung aufgrund der unvollständigen Phasenabdeckung keine ideale Sinusform zeigt.

Der Phasenplot liefert damit eine qualitative, jedoch keine perfekte Bestätigung der bestimmten Periodendauer.

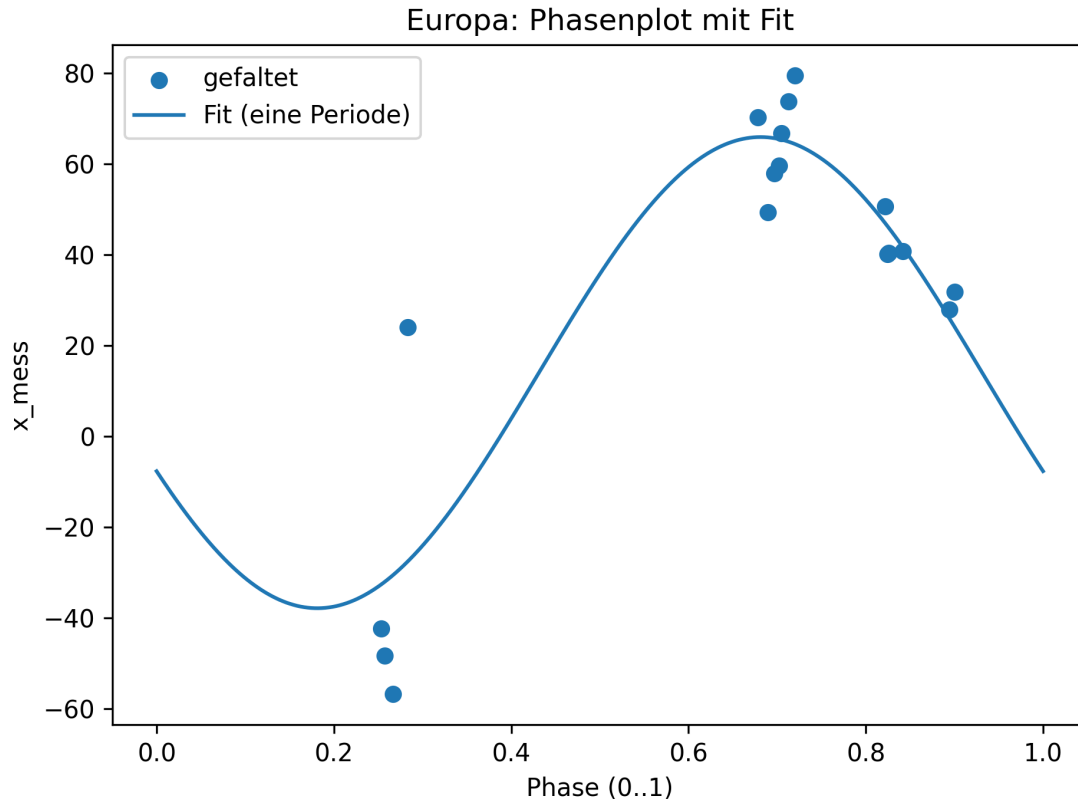


Abbildung 9.4: Phasenfaltung der Europa-Daten.

Einordnung und Bewertung des Ergebnisses

Aus der Modellanpassung ergibt sich für Europa eine Umlaufperiode von etwa $T \approx 3.47$ Tagen. Der in der Literatur angegebene Wert liegt bei etwa 3.55 Tagen. Die Abweichung zwischen beiden Werten beträgt damit ungefähr 0.08 Tage, was einer relativen Abweichung von rund zwei bis drei Prozent entspricht. Diese Größenordnung ist für die vorliegende Datenlage nicht ungewöhnlich und liefert einen ersten Hinweis darauf, wie gut die Periodenbestimmung mit den vorhandenen Messpunkten gelingt.

Ein Blick auf die Zeitreihe, den Fit sowie den Phasenplot zeigt, dass die periodische Struktur der Bewegung insgesamt erkennbar ist, die Daten jedoch eine deutliche Streuung und systematische Abweichungen aufweisen. Insbesondere treten Messpunkte auf, die größere Auslenkungen zeigen als durch das Modell beschrieben werden. Diese Abweichungen sind konsistent mit den bereits im Phasenplot beobachteten Effekten.

Die beobachteten Abweichungen der Messpunkte vom Modell sind dabei nicht vollständig durch zufällige Streuung erklärbar. Würden ausschließlich zufällige Messunsicherheiten vorliegen, wäre zu erwarten, dass die Messpunkte gleichmäßig und symmetrisch um die Modellkurve verteilt sind, ohne erkennbare Struktur.

Stattdessen zeigen die Daten eine ungleichmäßige Verteilung mit Häufungen in bestimmten Phasenbereichen sowie einzelne systematische Abweichungen zu größeren

Auslenkungen. Dies deutet darauf hin, dass neben zufälligen Fehlern auch systematische Effekte eine Rolle spielen.

Eine wesentliche Ursache liegt in der ungleichmäßigen zeitlichen Abdeckung der Messungen. Durch die Bündelung von Messpunkten innerhalb einzelner Nächte werden bestimmte Phasenbereiche überrepräsentiert, während andere kaum erfasst werden. Zusätzlich können Unsicherheiten bei der Positionsbestimmung sowie Projektionseffekte dazu führen, dass die gemessenen Abstände systematisch vom idealisierten Modell abweichen.

Die Abweichungen spiegeln daher nicht nur Messrauschen wider, sondern sind teilweise durch die Struktur der Daten sowie durch die Vereinfachungen des verwendeten Modells bedingt.

Die Abstände der Monde wurden aus Bilddaten bestimmt, wobei sich Unsicherheiten aus der begrenzten Auflösung sowie aus der automatischen Schwerpunktbestimmung ergeben. Diese Unsicherheiten wirken sich vor allem auf die vertikale Streuung der Messpunkte aus.

Für die Bestimmung der Umlaufperiode ist diese Streuung jedoch von untergeordneter Bedeutung. Die Periodendauer ergibt sich primär aus der zeitlichen Abfolge der Messpunkte und aus der Wiederkehr ähnlicher Positionen zu ähnlichen Zeiten. Entscheidend ist daher weniger der exakte Wert jedes einzelnen Abstands, sondern die Frage, ob sich das Muster der Bewegung mit einer einheitlichen Periodendauer beschreiben lässt.

Die im Fit angegebene Unsicherheit der Periodendauer beschreibt die Genauigkeit der Anpassung innerhalb des verwendeten Modells, berücksichtigt jedoch nicht alle systematischen Effekte. Insbesondere die ungleichmäßige zeitliche Abdeckung der Messungen und die Bündelung innerhalb einzelner Nächte führen dazu, dass bestimmte Phasen überrepräsentiert sind, während andere kaum erfasst werden. Dies kann die Bestimmung der Periodendauer beeinflussen und erklärt die verbleibende Abweichung vom Literaturwert.

9.3 Ganymed

Zeitreihe

Die Zeitreihe von Ganymed zeigt die gemessenen, vorzeichenbehafteten Abstände des Mondes vom Jupitermittelpunkt in Abhängigkeit von der Zeit. Auch hier wird deutlich, dass die Messpunkte nicht gleichmäßig über den gesamten Beobachtungszeitraum verteilt sind. Ein Großteil der Daten stammt aus einzelnen Beobachtungsnächten, in denen mehrere Messungen kurz hintereinander durchgeführt wurden, während zwischen diesen Nächten teils längere Zeiträume liegen. Aufgrund der vergleichsweise langen Um-

laufperiode Ganymeds erfassen einzelne Beobachtungsnächte jeweils nur einen kleinen Teil eines vollständigen Umlaufs.

Während bei Europa bereits wenige Nächte ausreichen, um verschiedene Phasen der Umlaufbewegung abzutasten, repräsentieren die Messpunkte bei Ganymed innerhalb einer Nacht jeweils nur einen sehr begrenzten Phasenbereich. Die starke Bündelung von Messpunkten innerhalb einzelner Nächte liefert daher nur wenig zusätzliche Information über die zeitliche Entwicklung der Bewegung und erschwert eine direkte Bestimmung der Umlaufperiode aus der Zeitreihe heraus.

Trotz dieser Einschränkungen zeigt die Zeitreihe klar, dass die gemessenen Abstände nicht zufällig streuen. Die Messwerte wechseln systematisch zwischen positiven und negativen Abständen, was mit der seitlichen Bewegung Ganymeds um Jupiter vereinbar ist. Die Zeitreihe belegt damit das Vorliegen einer periodischen Bewegung, macht jedoch zugleich deutlich, dass deren quantitative Bestimmung ohne weiterführende Auswertungsmethoden nicht möglich ist. Sie bildet somit die notwendige Grundlage für die nachfolgende gezielte Periodensuche.

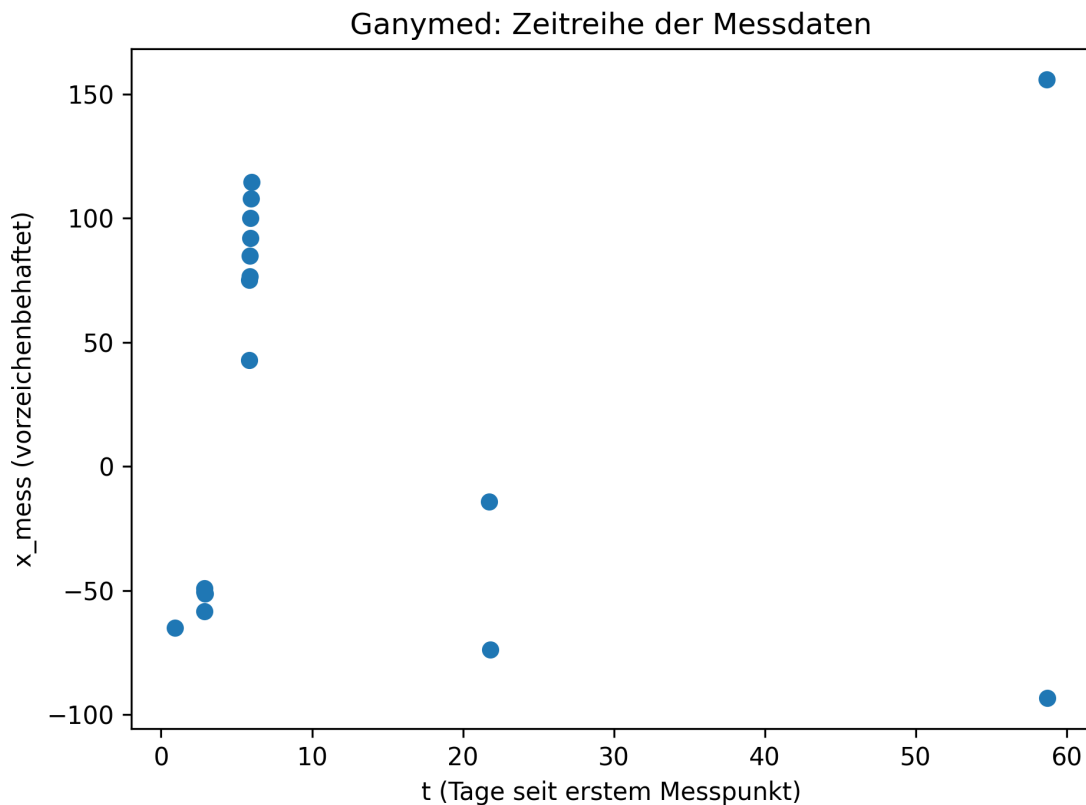


Abbildung 9.5: Zeitreihe: vorzeichenbehafteter Abstand Ganymeds vom Jupiterzentrum als Funktion der Zeit.

Periodenscan

Aufbauend auf dem bei Europa beschriebenen Vorgehen wird auch für Ganymed eine gezielte Periodensuche durchgeführt. Die Notwendigkeit ergibt sich hier unmittelbar aus der Zeitreihe, in der aufgrund der lückenhaften Phasenabdeckung keine klare Periodizität direkt erkennbar ist.

Im Folgenden wird das Vorgehen exemplarisch erweitert, um die Auswirkungen der Wahl des Suchbereichs bei der Periodenbestimmung genauer zu untersuchen. Während zunächst ein eingeschränkter, physikalisch motivierter Suchbereich betrachtet wird, wird ergänzend ein Periodenscan über einen deutlich größeren Bereich durchgeführt, um die Grenzen der Methode sichtbar zu machen.

Wird der Periodenscan über einen großen Bereich möglicher Perioden durchgeführt, so zeigt sich, dass das Lomb-Scargle-Periodogramm kein eindeutig dominantes Maximum liefert. Stattdessen treten über einen weiten Bereich hinweg mehrere Maxima mit vergleichbaren Power-Werten auf.

Auffällig ist insbesondere, dass das globale Maximum in diesem erweiterten Suchbereich bei einer Periodendauer von etwa 20 Tagen liegt und damit deutlich von der physikalisch erwarteten Größenordnung für Ganymed abweicht. Dieses Verhalten verdeutlicht, dass eine uneingeschränkte Anwendung des Verfahrens zu scheinbar signifikanten, aber physikalisch nicht sinnvollen Lösungen führen kann.

Die Ursache hierfür liegt in der ungleichmäßigen zeitlichen Verteilung der Messpunkte. Bestimmte Periodenwerte können zufällig gut zu den vorhandenen Beobachtungszeitpunkten passen, ohne die tatsächliche Umlaufbewegung korrekt zu beschreiben. Dadurch entstehen mehrere konkurrierende Maxima, deren relative Stärke keine eindeutige physikalische Interpretation zulässt.

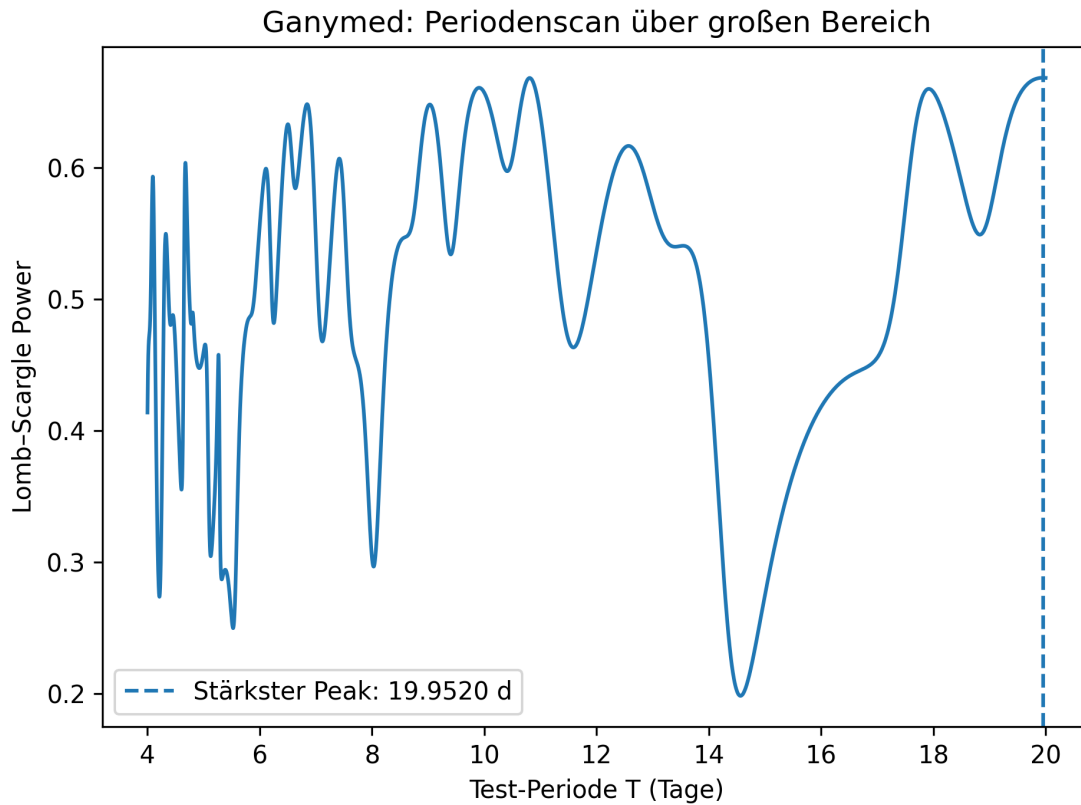


Abbildung 9.6: Lomb-Scargle-Periodogramm für Ganymed über einen erweiterten Suchbereich. Mehrere konkurrierende Maxima sind sichtbar; das globale Maximum liegt außerhalb des physikalisch plausiblen Bereichs.

Aus diesem Grund wird im Folgenden ein eingeschränkter, physikalisch motivierter Suchbereich betrachtet. Der untersuchte Periodenbereich wird für Ganymed auf Werte zwischen etwa sechs und acht Tagen begrenzt, was der erwarteten Größenordnung der Umlaufperiode entspricht.

Innerhalb dieses Fensters ergibt sich ein Maximum im Bereich von etwa 6,8 Tagen. Im Vergleich zum breiten Scan ist die Struktur des Periodogramms hier deutlich besser interpretierbar, auch wenn weiterhin mehrere lokale Maxima auftreten. Dies zeigt, dass die Einschränkung des Suchbereichs zwar keine vollständige Eindeutigkeit herstellt, aber die Anzahl plausibler Lösungen deutlich reduziert und eine physikalisch sinnvolle Interpretation ermöglicht.

Der im eingeschränkten Suchfenster gefundene Periodenwert wird im Folgenden nicht als eindeutig bestimmtes Ergebnis interpretiert, sondern als plausibler Startwert für die anschließende Modellanpassung verwendet. Die endgültige Beurteilung erfolgt erst durch den Fit an die Zeitreihe sowie durch die Analyse im Phasenplot.

Darüber hinaus lässt sich abschätzen, unter welchen Bedingungen eine eindeutigere Periodenbestimmung möglich gewesen wäre. Für eine stabile Identifikation der Umlaufperiode wäre eine gleichmäßigere Abdeckung der Umlaufphase erforderlich gewesen. In der vorliegenden Messreihe konzentrieren sich die Beobachtungen jedoch auf wenige

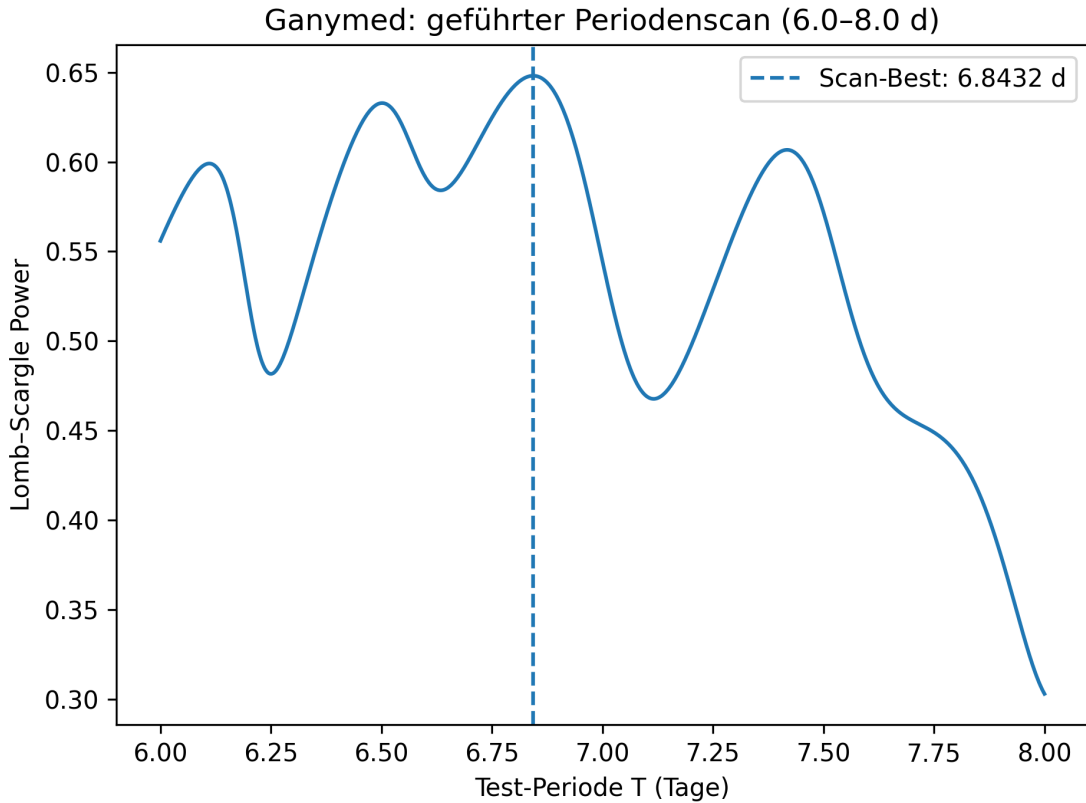


Abbildung 9.7: Lomb-Scargle-Periodogramm für Ganymed im eingeschränkten Suchfenster von etwa sechs bis acht Tagen.

Nächte, während zwischen diesen größere zeitliche Lücken bestehen.

Diese ungleichmäßige Verteilung ist unter realen Beobachtungsbedingungen, insbesondere durch wetterbedingte Einschränkungen, kaum vermeidbar. Sie führt jedoch dazu, dass bestimmte Phasenbereiche überrepräsentiert sind, während andere nur unzureichend erfasst werden. Dadurch können mehrere Periodenwerte die Messdaten ähnlich gut beschreiben, was sich sowohl im Periodogramm als auch im Phasenplot widerspiegelt.

Bereits wenige zusätzliche, zeitlich günstig verteilte Beobachtungsnächte hätten ausgereicht, um die Phasenabdeckung deutlich zu verbessern. Dies hätte sich voraussichtlich in einem stärker isolierten Maximum im Periodogramm sowie in einer konsistenten Struktur im Phasenplot gezeigt. Die vorliegenden Daten verdeutlichen somit nicht nur die Möglichkeiten, sondern auch die praktischen Grenzen der Periodenbestimmung unter realen Beobachtungsbedingungen.

Modellanpassung

Auf Grundlage des im Periodenscan identifizierten Periodenbereichs wird für Ganymed anschließend eine Modellanpassung an die Zeitreihe durchgeführt.

Die Darstellung der Zeitreihe mit überlagertem Fit zeigt, dass das Modell den all-

gemeinen Verlauf der Messdaten grundsätzlich erfasst. Über den gesamten Beobachtungszeitraum hinweg beschreibt die Modellkurve eine periodische Struktur. Gleichzeitig wird jedoch deutlich, dass die Anpassung weniger eindeutig ausfällt als im Fall von Europa. Insbesondere in einzelnen Beobachtungsblöcken liegen mehrere Messpunkte deutlich ober- oder unterhalb der Modellkurve.

Diese Abweichungen sind vor dem Hintergrund der Datenlage zu erwarten. Aufgrund der längeren Umlaufperiode Ganymeds und der ungleichmäßigen zeitlichen Abdeckung repräsentieren viele Messpunkte ähnliche Phasen der Umlaufbewegung, während andere Phasen nur schwach oder gar nicht erfasst sind. Dadurch wird der Fit stärker von einzelnen Beobachtungsnächten geprägt, was zu einer erhöhten Unsicherheit der bestimmten Periodendauer führt. Im Vergleich zu Europa zeigt sich dies in einer größeren Streuung der Messpunkte relativ zur Modellfunktion.

Als Ergebnis der Modellanpassung ergibt sich für Ganymed eine Umlaufperiode von etwa $T \approx 6,8$ Tagen. Der zugehörige Unsicherheitsbereich ist deutlich größer als bei Europa und spiegelt die eingeschränkte Aussagekraft der vorliegenden Messdaten wider. Der Fit liefert damit keinen hochpräzisen Periodenwert, sondern eine konsistente Schätzung innerhalb des zuvor identifizierten Periodenbereichs.

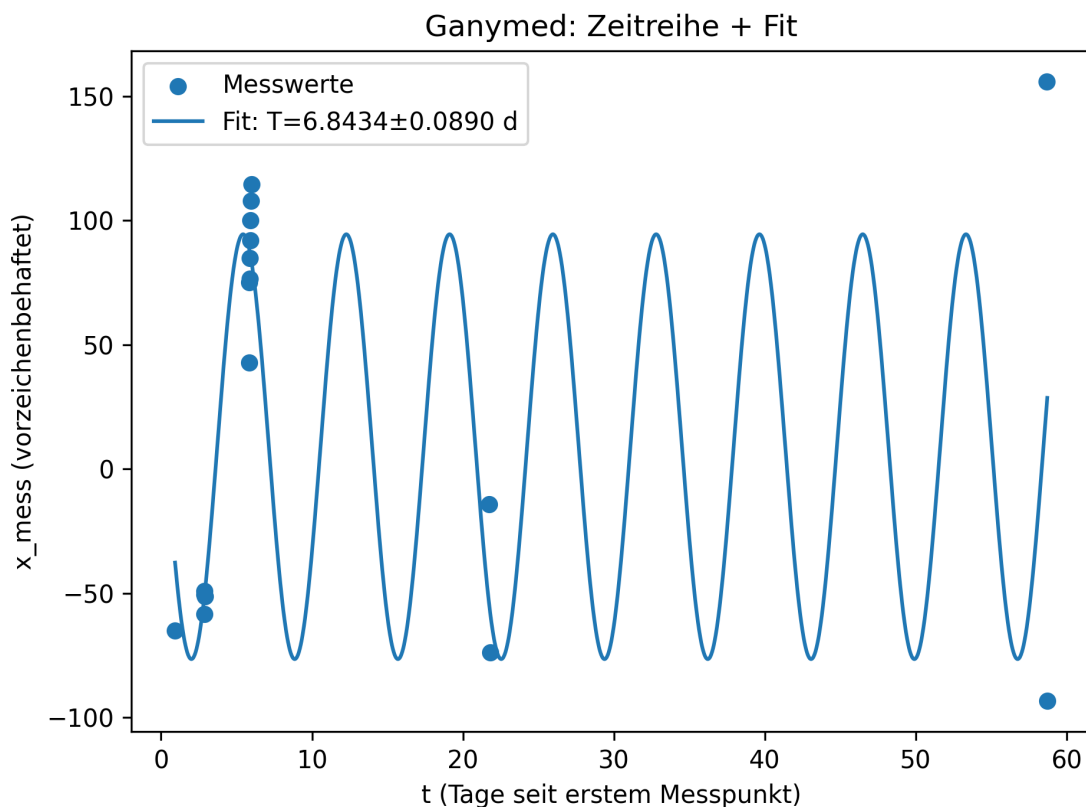


Abbildung 9.8: Zeitreihe von Ganymed mit überlagertem Fit.

Phasenfaltung

Zur inhaltlichen Kontrolle der im Fit bestimmten Periodendauer wird für Ganymed eine Phasenfaltung der Messdaten durchgeführt.

Im Phasenplot ist erkennbar, dass sich die Messpunkte nicht zufällig über den gesamten Phasenbereich verteilen, sondern eine erkennbare Struktur bilden, die grundsätzlich zu einer sinusähnlichen Bewegung passt. Gleichzeitig fällt im Vergleich zu Europa auf, dass die Punktwolke weniger eindeutig auf einer einzigen Kurve liegt. In mehreren Phasenbereichen zeigen die Messwerte eine größere vertikale Streuung, und einzelne Messpunkte weichen deutlich vom idealisierten Verlauf ab.

Diese Unterschiede passen zur bereits in der Zeitreihe beschriebenen Datenlage. Bei Ganymed ist die Abdeckung der Umlaufphase insgesamt lückenhafter, da viele Messungen aus wenigen Nächten stammen und damit ähnliche Phasen mehrfach vertreten sind, während andere Phasen kaum erfasst werden. Die Phasenfaltung erlaubt daher eine qualitative Kontrolle der Periodendauer, erreicht jedoch nicht die Eindeutigkeit, die bei Europa möglich war.

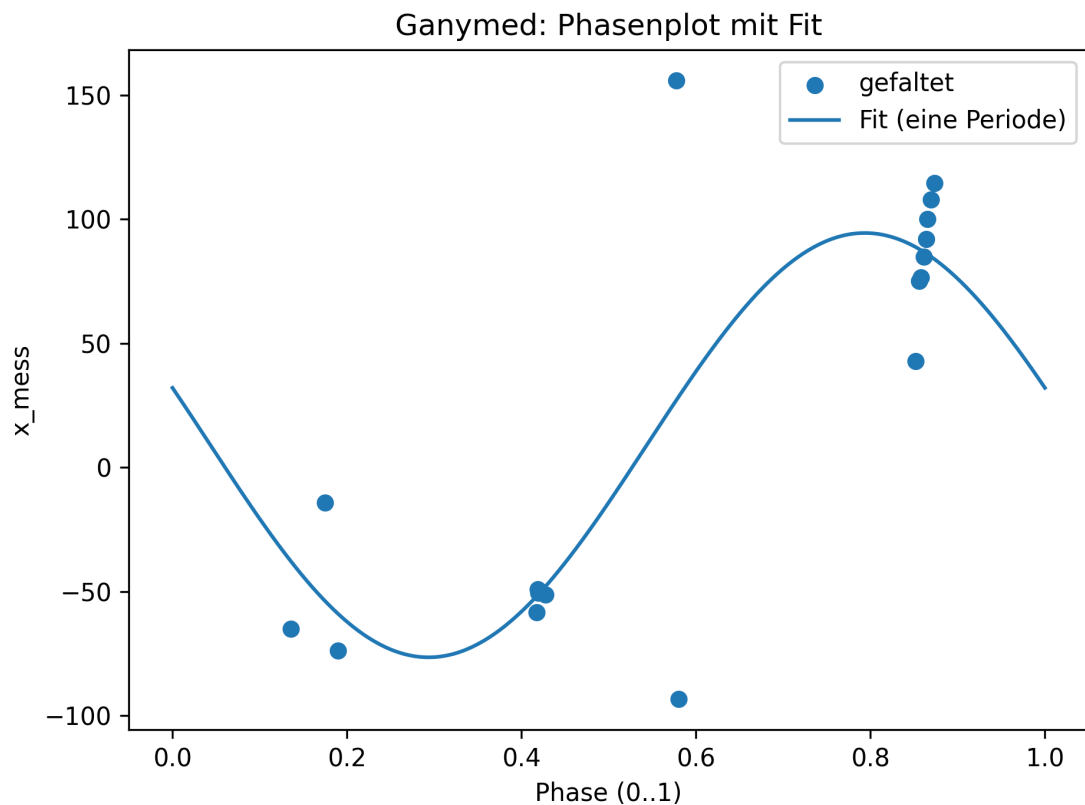


Abbildung 9.9: Phasenfaltung der Ganymed-Daten.

Einordnung und Bewertung

Für Ganymed ergibt sich eine Umlaufperiode von $T = 6,84341$ Tagen, was einer relativen Abweichung von etwa 4 % gegenüber dem Literaturwert von 7,15 Tagen entspricht. Die Abweichung vom Literaturwert liegt dennoch in einer Größenordnung, die durch die Qualität und den Umfang der vorliegenden Messdaten erklärbar ist und die Umlaufbewegung klar erkennen lässt.

Die im Vergleich zu Europa geringere Genauigkeit lässt sich direkt aus der Struktur der Messdaten erklären. Aufgrund der längeren Umlaufperiode Ganymeds schreitet die Umlaufphase von Nacht zu Nacht deutlich langsamer voran. Bereits bei Europa führen zeitliche Abstände von ein bis zwei Tagen zu großen Phasensprüngen, sodass schon wenige Nächte unterschiedliche Abschnitte des Umlaufs abdecken. Bei Ganymed hingegen verändern sich die Phasen über vergleichbare Zeiträume nur wenig.

Dieser Effekt wird zusätzlich dadurch verstärkt, dass klare Nächte in der Praxis oft gebündelt auftreten. Phasen mit mehreren direkt aufeinanderfolgenden Beobachtungsnächten werden regelmäßig von längeren Schlechtwetterperioden unterbrochen. Während bei Europa bereits kurze Beobachtungsfenster ausreichen, um unterschiedliche Phasen abzutasten, führen solche Beobachtungsblöcke bei Ganymed dazu, dass bestimmte Phasen überrepräsentiert sind, während andere kaum oder gar nicht erfasst werden. Die Phasenabdeckung bleibt dadurch insgesamt unvollständig.

Diese Einschränkungen spiegeln sich sowohl im Periodenscan als auch im Fit und im Phasenplot wider. Das Periodogramm zeigt keinen scharf isolierten Peak, sondern einen breiteren Bereich plausibler Periodenwerte. Der Fit beschreibt zwar den allgemeinen Verlauf der Bewegung, weist jedoch eine größere Streuung der Messpunkte auf. Damit ergänzt die Auswertung von Ganymed die Ergebnisse zu Europa sinnvoll und verdeutlicht, wie stark die Qualität der Periodenbestimmung von der Phasenabdeckung abhängt.

9.4 Kallisto

Zeitreihe

Auffällig in der Zeitreihe von Kallisto ist die besonders starke Ungleichmäßigkeit der zeitlichen Abdeckung. Die Messwerte konzentrieren sich auf einzelne Beobachtungsnächte, während zwischen diesen Nächten teils sehr große zeitliche Abstände liegen.

Aufgrund der sehr langen Umlaufperiode Kallistos erfassen einzelne Nächte jeweils nur einen sehr kleinen Abschnitt der gesamten Umlaufbewegung. Auch über mehrere aufeinanderfolgende Nächte hinweg verändert sich die beobachtete Phase nur geringfügig. In der Zeitreihe äußert sich dies darin, dass viele Messpunkte in ähnlichen Bereichen

liegen und nur langsam eine Verschiebung der Abstände sichtbar wird.

Trotzdem lässt sich aufgrund der wechselnden Vorzeichen eine Periodizität bemerkbar machen. Die Zeitreihe macht jedoch deutlich, dass diese Periodizität bei Kallisto deutlich schwieriger zu quantifizieren ist als bei den inneren Monden.

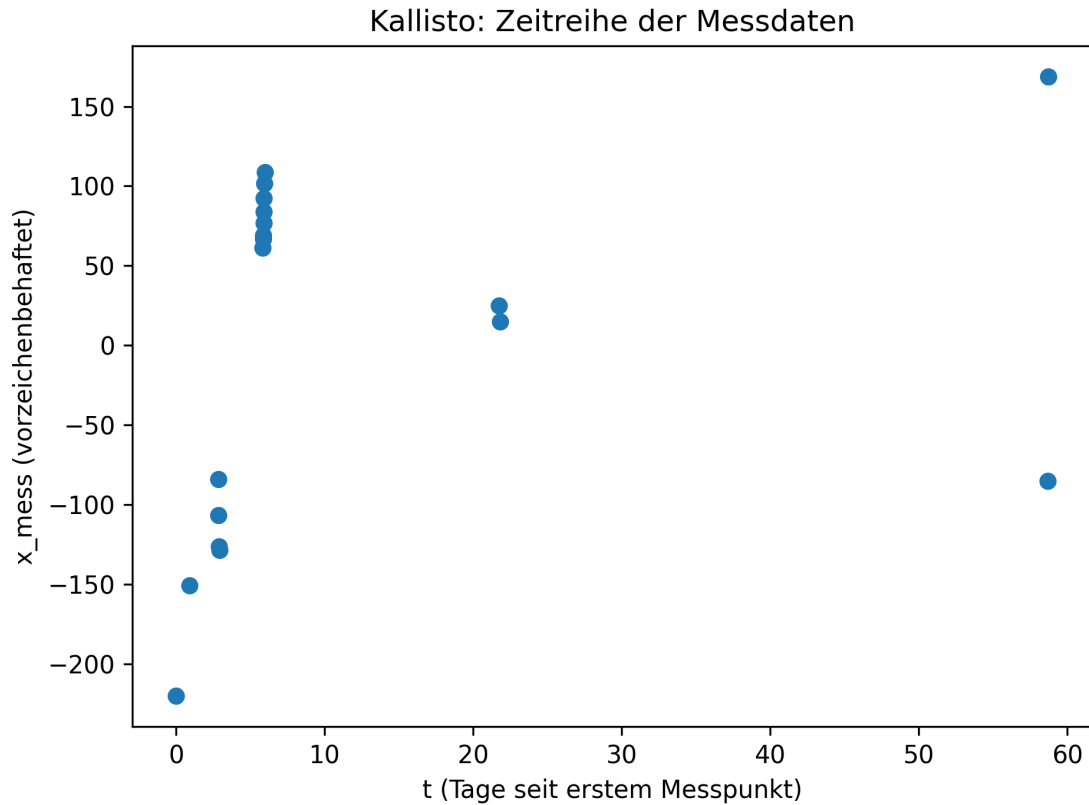


Abbildung 9.10: Zeitreihe: vorzeichenbehafteter Abstand Kallistos vom Jupiterzentrum als Funktion der Zeit.

Periodenscan

Im resultierenden Periodogramm zeigt sich kein scharf ausgeprägtes einzelnes Maximum, sondern ein breiter Bereich erhöhter Signifikanz im Bereich von etwa 16 bis 17 Tagen.

Im Vergleich zu Europa und Ganymed ist die Struktur des Periodogramms deutlich weniger eindeutig. Mehrere Periodenwerte liefern ähnlich gute Übereinstimmungen mit den vorhandenen Messzeitpunkten. Dies ist eine direkte Folge der Datenstruktur, bei der große Teile des Umlaufs nur unzureichend oder gar nicht abgedeckt sind. Der Periodenscan liefert für Kallisto daher keine präzise Periodenbestimmung, sondern lediglich eine grobe Eingrenzung des relevanten Bereichs.

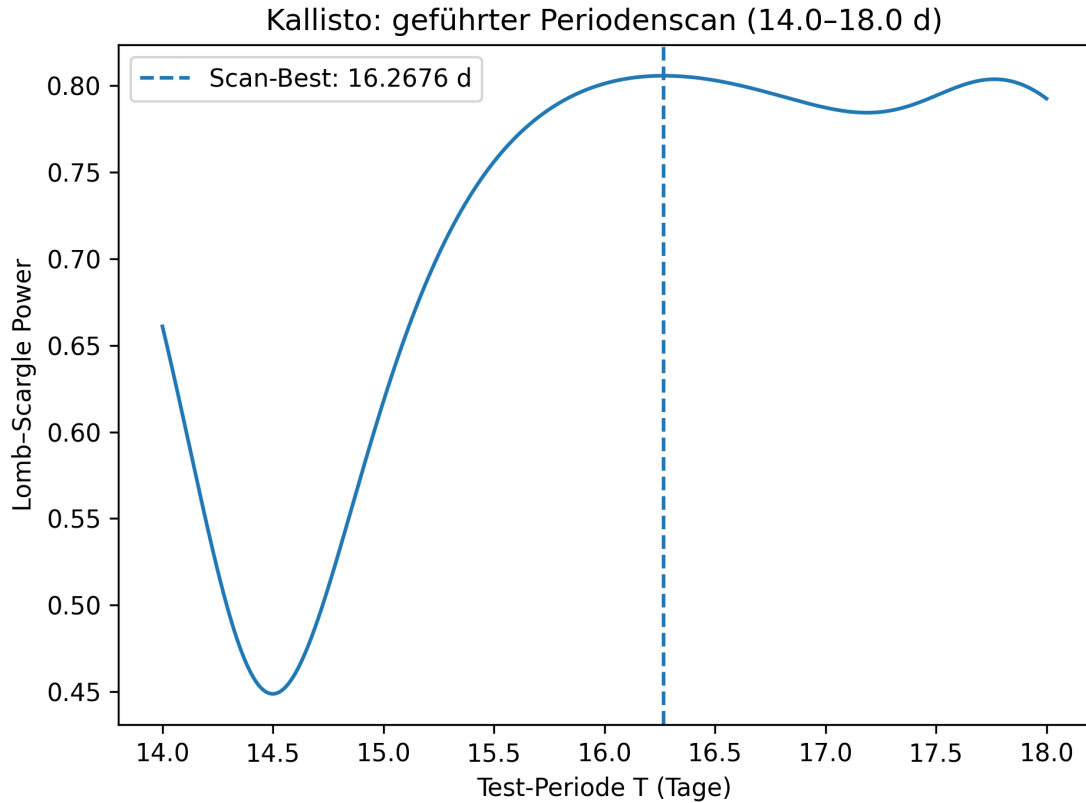


Abbildung 9.11: Lomb-Scargle-Periodogramm für Kallisto.

Fit

Auf Basis des im Periodenscan identifizierten Bereichs wird ein Modell an die Zeitreihe angepasst. Der Fit gibt den allgemeinen Verlauf der Messdaten wieder und macht eine periodische Struktur sichtbar. Gleichzeitig fällt auf, dass die Streuung der Messpunkte im Vergleich zu Europa und Ganymed deutlich größer ist. In einzelnen Beobachtungsnächten liegen mehrere Messwerte dicht beieinander, während zwischen diesen Blöcken kaum neue Phaseninformationen hinzukommen.

Die Anpassung wird dadurch stark von wenigen Beobachtungszeiträumen geprägt. Der Fit reagiert empfindlich auf einzelne Messpunkte und liefert entsprechend einen deutlich größeren Unsicherheitsbereich für die bestimmte Periodendauer. Als Ergebnis ergibt sich für Kallisto eine Umlaufperiode im Bereich von etwa $T \approx 16\text{--}17$ Tagen.

Phasenfaltung

Im Phasenplot zeigt sich insgesamt nur eine schwach ausgeprägte Struktur. Während einzelne Phasenbereiche eine gewisse Ordnung erkennen lassen, bleiben andere nahezu unbesetzt. Die Punktverteilung ist deutlich diffuser als bei Europa und auch weniger geschlossen als bei Ganymed.

Diese Darstellung macht sichtbar, dass viele Messungen auf ähnliche Phasen fallen,

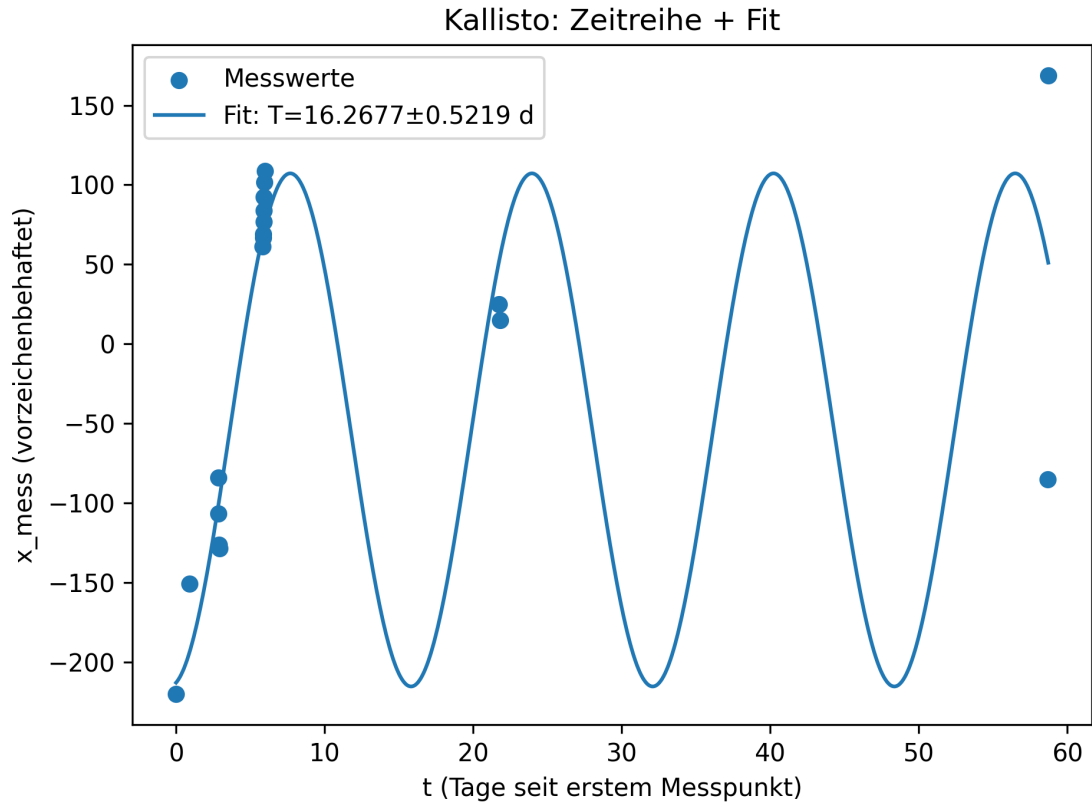


Abbildung 9.12: Zeitreihe von Kallisto mit überlagertem Fit.

während große Teile des Umlaufs kaum vertreten sind. Eine klare, eng gebündelte Kurve, wie sie bei Europa entsteht, ist für Kallisto mit der vorliegenden Datenlage nicht erreichbar.

Zusätzlich fallen einzelne Messpunkte auf, die deutlich von der idealisierten Modellkurve abweichen. Diese Abweichungen sind jedoch nicht als zufällige Ausreißer zu interpretieren, sondern lassen sich durch die Struktur der Beobachtungsdaten erklären. Ein Teil dieser Messungen stammt aus Beobachtungsnächten, die zeitlich weiter von den übrigen Daten entfernt liegen. Aufgrund der insgesamt lückenhaften Phasenabdeckung kann es dadurch zu Verschiebungen in der Phasenzuordnung kommen. Kleine Unsicherheiten in der bestimmten Periodendauer wirken sich in solchen Fällen stärker aus und führen dazu, dass einzelne Punkte sichtbar von der Modellkurve abweichen.

Hinzu kommen Messunsicherheiten bei der Positionsbestimmung, die sich aus der begrenzten Auflösung der Bilddaten sowie aus der automatischen Schwerpunktbestimmung ergeben. Diese tragen zusätzlich zur Streuung der Messpunkte bei.

Der Phasenplot verdeutlicht damit insgesamt, dass die Periodendauer zwar im richtigen Größenbereich liegt, die zugrunde liegende Datenbasis jedoch nicht ausreicht, um eine geschlossene und eindeutig rekonstruierbare Phasenstruktur zu erhalten.

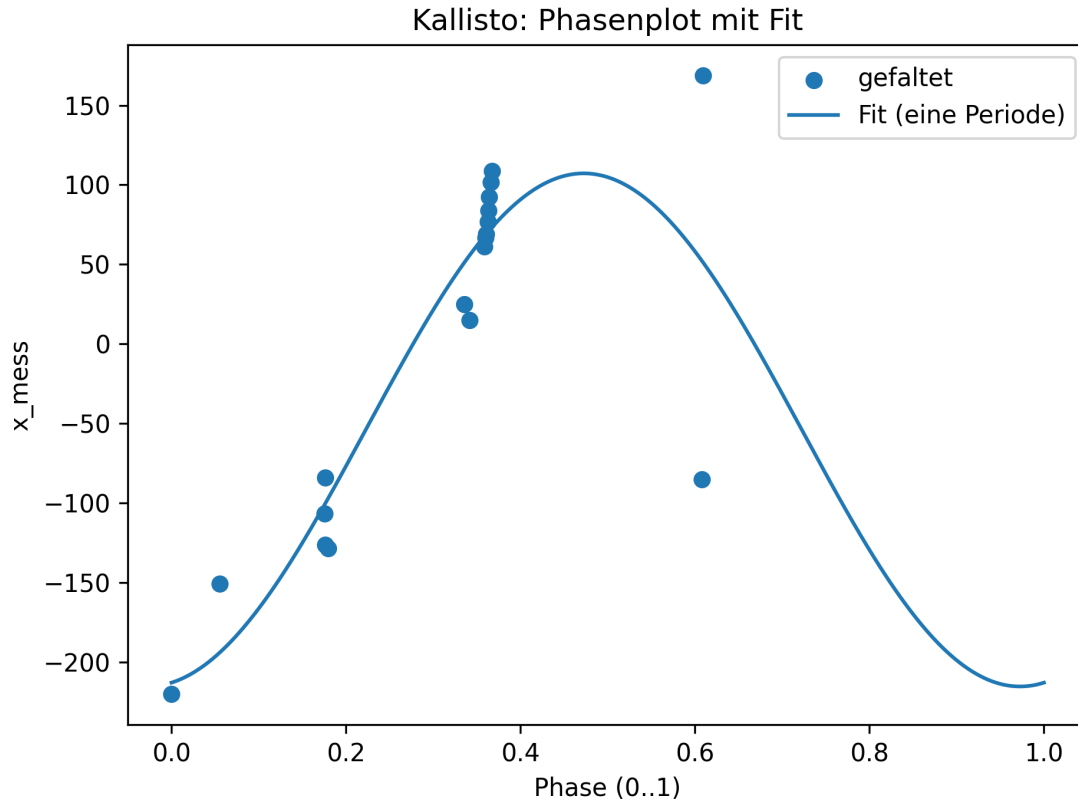


Abbildung 9.13: Phasenfaltung der Kallisto-Daten.

Einordnung und Bewertung

Für Kallisto ergibt sich eine Umlaufperiode im Bereich von etwa 16 bis 17 Tagen, was gut mit dem bekannten Literaturwert von rund 16,7 Tagen übereinstimmt. Die Abweichungen und die große Unsicherheit sind jedoch deutlich größer als bei den inneren Monden.

Der Grund dafür liegt in der Kombination aus langer Umlaufperiode und realistischen Beobachtungsbedingungen. Die Umlaufphase schreitet bei Kallisto von Nacht zu Nacht nur sehr langsam voran. Selbst mehrere aufeinanderfolgende klare Nächte liefern daher kaum neue Phaseninformationen. Da Beobachtungen zudem häufig in zeitlich zusammenhängenden Blöcken stattfinden und durch längere Schlechtwetterphasen unterbrochen werden, bleibt die Phasenabdeckung insgesamt stark lückenhaft.

Diese Einschränkungen zeigen sich in allen Auswertungsschritten. Das Periodogramm ist breit, der Fit unscharf und der Phasenplot nur grob strukturiert. Kallisto markiert damit den Punkt, an dem die Grenzen der Methode unter den gegebenen Beobachtungsbedingungen besonders deutlich werden.

9.5 Io

Zeitreihe

Im Vergleich zu den anderen Galileischen Monden ist die Anzahl der Messpunkte etwas geringer. Das liegt unter anderem daran, dass Io sich aufgrund seiner engen Bahn häufig sehr nahe am Jupiterrand oder zeitweise hinter der Planetenscheibe befindet und dann nicht mehr zuverlässig messbar ist. Zum anderen konnten insbesondere zu Beginn der Beobachtungsreihe nicht alle günstigen Konstellationen gezielt genutzt werden, da sich die Beobachtungsstrategie erst im Verlauf der Arbeit weiterentwickelt hat.

Aufgrund der kurzen Umlaufperiode Ios verändern sich die beobachteten Abstände bereits innerhalb weniger Stunden deutlich, was sich in stark unterschiedlichen Messwerten innerhalb einzelner Nächte zeigt.

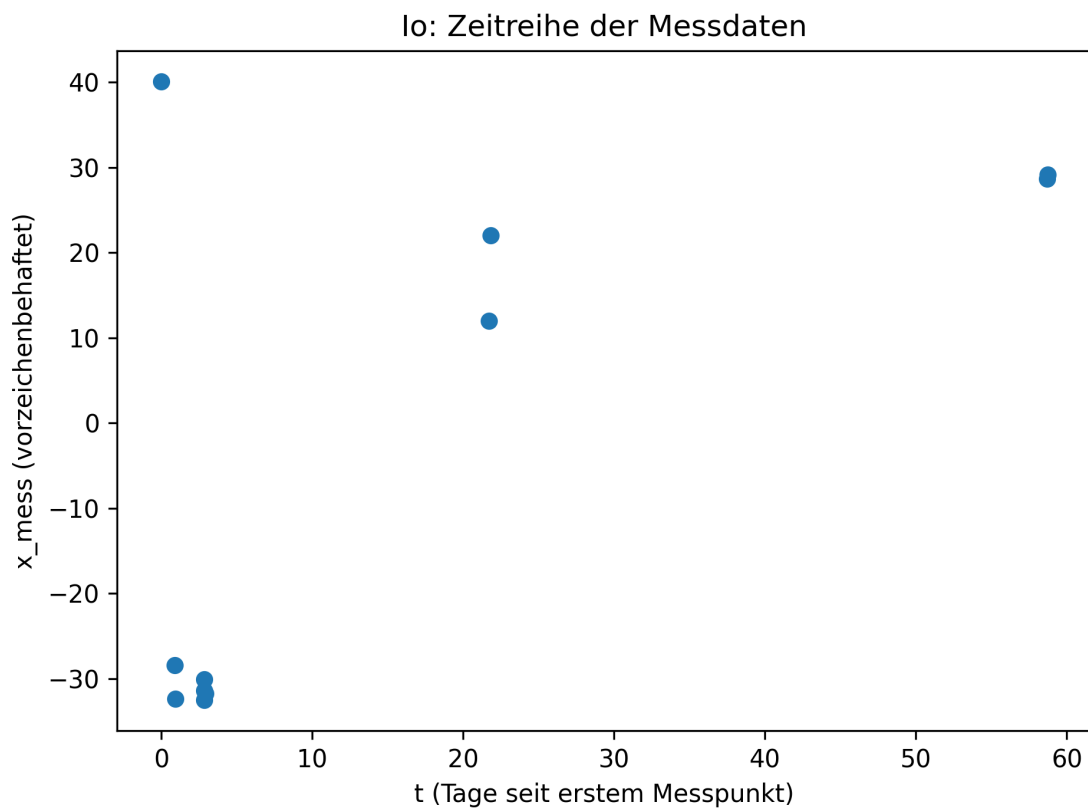


Abbildung 9.14: Zeitreihe: vorzeichenbehafteter Abstand Ios vom Jupiterzentrum als Funktion der Zeit.

Periodenscan

Der Periodenscan wird für Io auf einen engen Bereich zwischen etwa 1,4 und 2,2 Tagen beschränkt. Innerhalb dieses Bereichs zeigt das Periodogramm mehrere ausgeprägte Strukturen, wobei sich ein deutliches Maximum im Bereich von etwa $T \approx 1,84$ Tagen

erkennen lässt.

Die Vielzahl schmaler Peaks ist charakteristisch für kurze Umlaufperioden in Kombination mit ungleichmäßig verteilten Messzeiten. Bereits kleine Änderungen der Testperiode führen dazu, dass sich die Messpunkte stark unterschiedlich über die Phase verteilen. Dadurch entstehen mehrere nahe beieinanderliegende Maxima, deren relative Stärke empfindlich auf die konkrete Verteilung der Messzeitpunkte reagiert.

Das dominierende Maximum kann daher nicht isoliert als eindeutig bestimmter Periodenwert interpretiert werden, sondern wird im Folgenden als plausibler Startwert für die Modellanpassung verwendet.

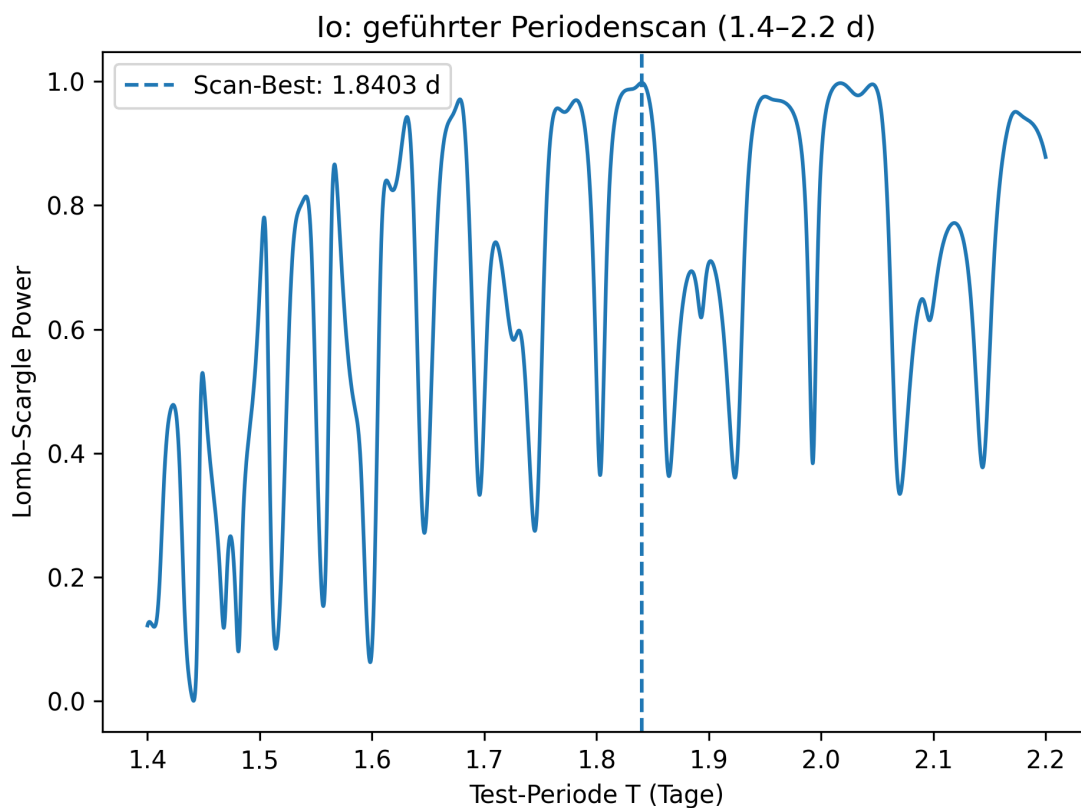


Abbildung 9.15: Lomb-Scargle-Periodogramm für Io im Suchfenster von etwa 1,4 bis 2,2 Tagen.

Fit

Auf Grundlage des im Periodenscan bestimmten Startwerts wird ein Modell an die Zeitreihe angepasst. Der Fit zeigt eine hochfrequente Schwingung, die der kurzen Umlaufperiode Ios entspricht. Aufgrund der geringen Periodendauer wiederholt sich die Modellkurve innerhalb des gesamten Beobachtungszeitraums sehr häufig.

Die Messpunkte liegen insgesamt in der Nähe des Modellverlaufs, zeigen jedoch auch eine erkennbare Streuung. Diese Abweichungen sind vor dem Hintergrund der Datenlage zu erwarten und lassen sich unter anderem durch Messunsicherheiten, atmo-

sphärische Einflüsse sowie durch die begrenzte Genauigkeit der Positionsbestimmung erklären.

Die hohe Wiederholungsrate der Bewegung führt dazu, dass bereits wenige Beobachtungsnächte verschiedene Phasen der Umlaufbewegung erfassen. Gleichzeitig bleibt die Aussagekraft des Fits durch die begrenzte Datenmenge und die ungleichmäßige zeitliche Abdeckung eingeschränkt.

Als Ergebnis der Modellanpassung ergibt sich für Io eine Umlaufperiode von etwa $T \approx 1,84$ Tagen.

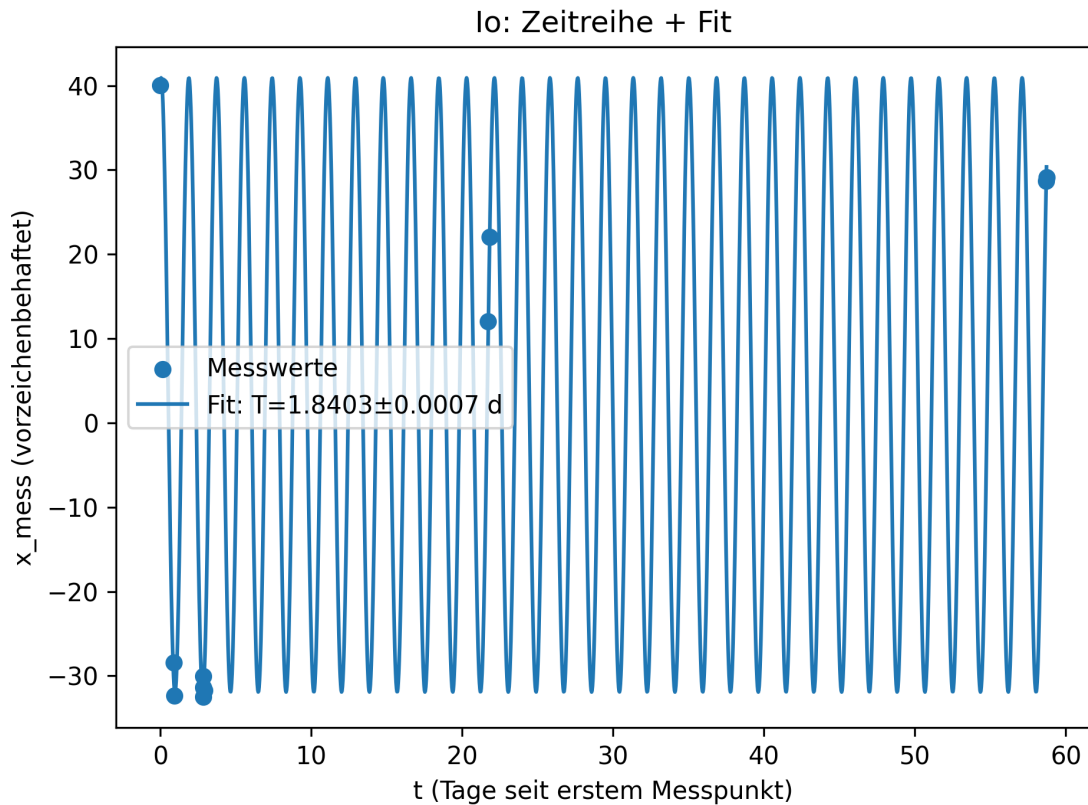


Abbildung 9.16: Zeitreihe von Io mit überlagertem sinusförmigem Fit.

Phasenfaltung

Die Phasenfaltung zeigt eine insgesamt klar erkennbare Struktur. Viele Messpunkte ordnen sich entlang einer sinusförmigen Kurve an, wobei Messungen aus unterschiedlichen Nächten bei ähnlicher Phase in vergleichbaren Bereichen liegen.

Gleichzeitig ist die Punktverteilung nicht vollständig geschlossen. In einzelnen Phasenbereichen treten Lücken auf, während andere Bereiche dichter besetzt sind. Zudem zeigen einige Messpunkte Abweichungen von der idealisierten Modellkurve.

Diese Struktur ist eine direkte Folge der ungleichmäßigen zeitlichen Verteilung der Messdaten. Obwohl aufgrund der kurzen Umlaufperiode vergleichsweise viele Phasenbereiche erfasst werden, erfolgt die Abtastung nicht gleichmäßig über den gesamten

Umlauf.

Der Phasenplot liefert damit eine gute, aber nicht perfekte Bestätigung der bestimmten Periodendauer.

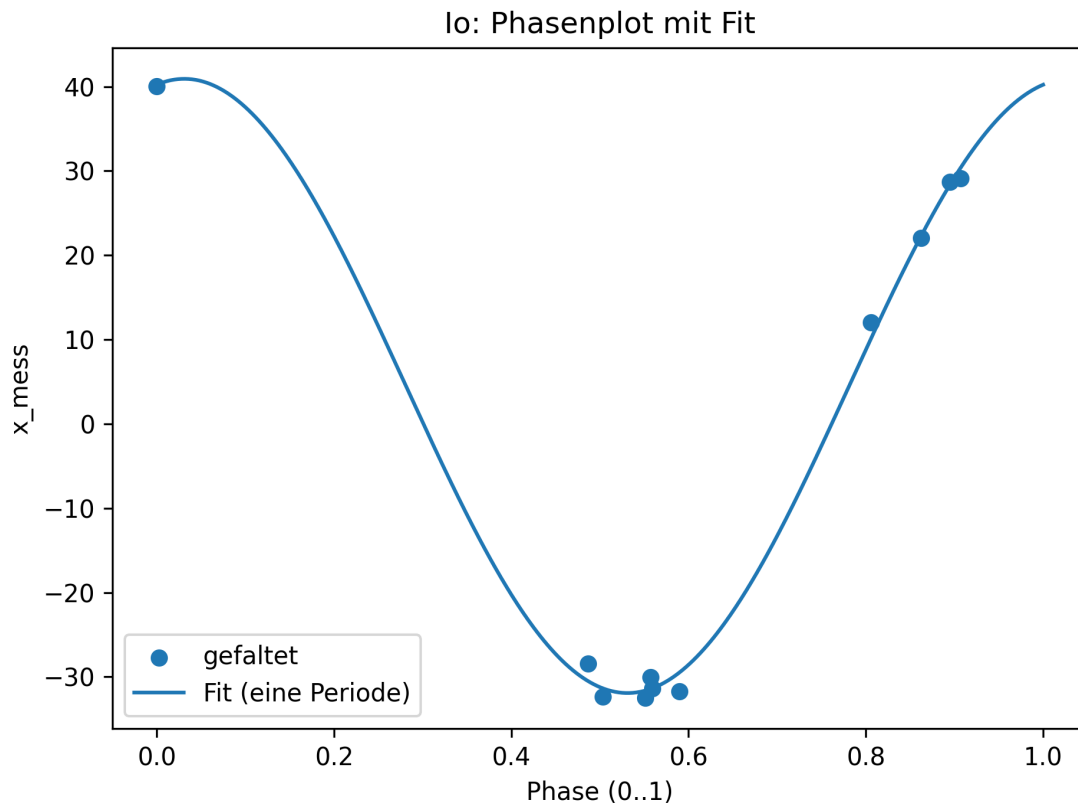


Abbildung 9.17: Phasenfaltung der Io-Daten.

Einordnung und Bewertung

Die bestimmte Umlaufperiode von etwa $T \approx 1,84$ Tagen weicht um etwa 4,

Die kurze Umlaufperiode Ios führt dazu, dass sich die beobachtete Bewegung bereits innerhalb weniger Stunden deutlich verändert. Dadurch können selbst bei einer begrenzten Anzahl von Beobachtungsnächten verschiedene Phasenbereiche erfasst werden, was die Bestimmung der Periodendauer grundsätzlich erleichtert.

Gleichzeitig zeigen die Auswertungen, dass auch bei Io die Ergebnisse durch die ungleichmäßige zeitliche Abdeckung der Messungen beeinflusst werden. Die Bündelung von Messpunkten innerhalb einzelner Nächte sowie Lücken zwischen den Beobachtungszeiträumen führen dazu, dass bestimmte Phasen überrepräsentiert sind, während andere weniger gut abgedeckt werden.

Die Periodenbestimmung ist daher nicht allein durch die Datenmenge bestimmt, sondern auch durch deren zeitliche Verteilung. Io stellt damit einen Fall dar, in dem trotz grundsätzlich günstiger Bedingungen eine kritische Einordnung der Ergebnisse erforderlich bleibt.

10 Überprüfung des dritten Keplerschen Gesetzes

10.1 Verwendung der Amplitude als Maß für die Bahngröße

Nach der Bestimmung der Umlaufperioden der Galileischen Monde wird im nächsten Schritt die Größe ihrer Umlaufbahnen untersucht. Ziel ist es, für jeden Mond die Bahnhalbachse a zu bestimmen, um diese später gemeinsam mit den Perioden einordnen zu können.

Grundlage für die Bestimmung von a sind die bereits ausgewerteten Bilddaten, aus denen die seitlichen Abstände der Monde vom Jupitermittelpunkt als Funktion der Zeit bestimmt wurden. Diese Abstände werden zunächst in Pixeln gemessen und beschreiben jeweils die projizierte Position des Mondes in der Bildebene des Teleskops.

Da Jupiter aus sehr großer Entfernung beobachtet wird, ändert sich die Blickrichtung während der Beobachtungen nur vernachlässigbar. Die tatsächliche Umlaufbewegung der Monde um Jupiter kann daher näherungsweise als Bewegung in einer festen Ebene betrachtet werden, deren Projektion auf das Kamerabild im Wesentlichen eindimensional ist. In den Aufnahmen zeigt sich diese Projektion als seitliches Hin- und Herwandern der Monde entlang einer Achse.

Diese projizierte Bewegung wurde bereits bei der Periodenbestimmung mit einer sinusförmigen Funktion modelliert. Die verwendete Modellfunktion lautet

$$x(t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + c, \quad (1)$$

wobei $x(t)$ den gemessenen vorzeichenbehafteten Abstand beschreibt. Die Umlaufperiode T ist aus der vorhergehenden Analyse bekannt. Die Amplitude A ergibt sich als Fitparameter aus der Anpassung der Funktion an die Messdaten.

Die Amplitude A entspricht dem maximalen projizierten Abstand des Mondes vom Jupitermittelpunkt in der Bildebene. Sie dient damit als Maß für die Größe der Umlaufbahn.

10.2 Überprüfung des dritten Keplerschen Gesetzes

Nachdem die Umlaufperioden T der vier Galileischen Monde bestimmt wurden, wird nun überprüft, ob sich daraus das dritte keplersche Gesetz erkennen lässt. Dieses besagt, dass für Monde, die denselben Zentralkörper umlaufen, die Quadrate der Umlaufperioden proportional zu den dritten Potenzen der Bahngröße sind,

$$T^2 \propto a^3. \quad (2)$$

Zur Überprüfung des Zusammenhangs wird die Bahngröße direkt über die aus den Fits bestimmten Amplituden A beschrieben. Da die Amplitude den maximalen projizierten Abstand vom Jupiterzentrum angibt, stellt sie ein Maß für die Größe der Umlaufbahn dar. Damit kann der Zusammenhang in der Form

$$T^2 \propto A^3 \quad (3)$$

untersucht werden.

Hierzu werden für alle vier Monde die Größen T^2 und A^3 berechnet und miteinander verglichen. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 10.1 zusammengefasst.

Mond	Umlaufperiode T [d]	Amplitude A [px]	T^2 [d ²]	A^3 [px ³]
Io	1,84034	36,42	3,39	$4,83 \cdot 10^4$
Europa	3,33582	59,20	11,13	$2,07 \cdot 10^5$
Ganymed	6,84341	85,44	46,83	$6,24 \cdot 10^5$
Kallisto	16,26775	161,30	264,64	$4,20 \cdot 10^6$

Tabelle 10.1: Werte zur Überprüfung des dritten keplerschen Gesetzes auf Basis der Amplituden.

Auf Grundlage dieser Werte wird ein Diagramm erstellt, in dem T^2 gegen A^3 aufgetragen ist. Gilt das dritte keplersche Gesetz, dann müssen die Messpunkte in dieser Darstellung näherungsweise auf einer Geraden liegen, die durch den Ursprung verläuft.

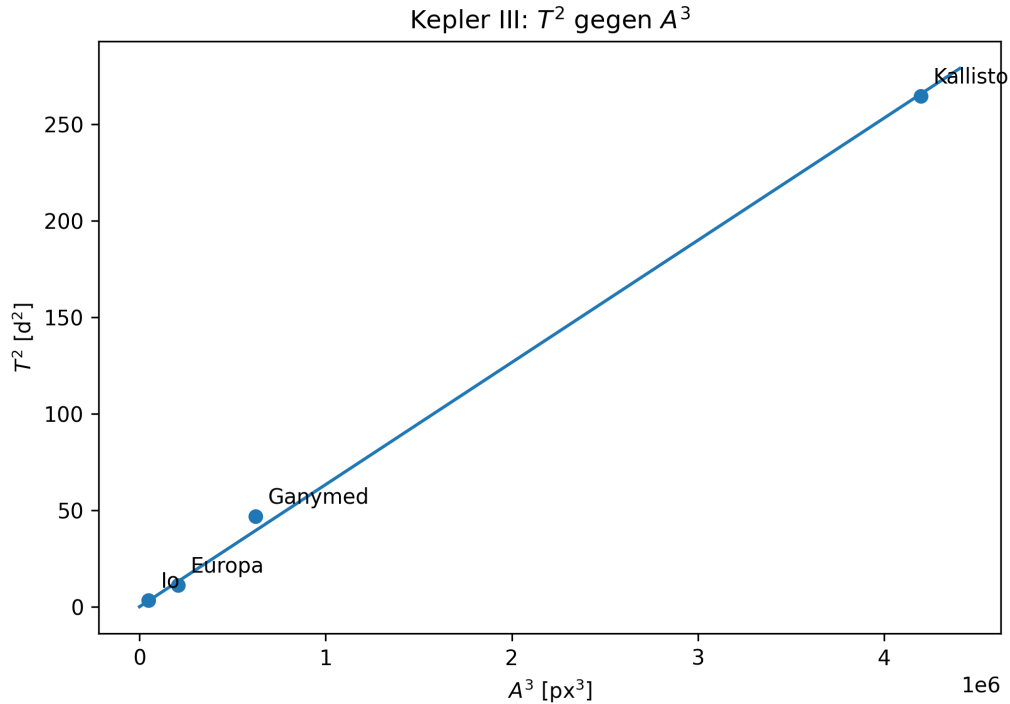


Abbildung 10.1: T^2 gegen A^3 für die Galileischen Monde.

Im Diagramm ist zu erkennen, dass die vier Messpunkte näherungsweise auf einer gemeinsamen Geraden liegen, die durch den Ursprung verläuft. Dies entspricht der im dritten keplerschen Gesetz geforderten Proportionalität $T^2 \propto A^3$.

Die lineare Anordnung der Punkte zeigt, dass das Verhältnis $\frac{T^2}{A^3}$ für alle betrachteten Monde näherungsweise konstant ist. Damit wird das dritte keplersche Gesetz in den vorliegenden Messdaten bestätigt.

Die Messpunkte zeigen eine gewisse Streuung um die ideale Gerade. Diese lässt sich auf die Unsicherheiten der Amplituden zurückführen, die aus den Fits der Zeitreihen stammen. Da bei der Darstellung A^3 verwendet wird, verstärken sich diese Unsicherheiten zusätzlich. Besonders bei Ganymed und Kallisto mit größeren relativen Fehlern ist dies sichtbar.

Insgesamt zeigt die Auswertung, dass der Zusammenhang zwischen Umlaufperiode und Bahngröße auch unter den gegebenen Beobachtungsbedingungen klar erkennbar ist.

11 Diskussion der Ergebnisse

In den vorangegangenen Kapiteln wurden aus den Beobachtungsdaten der Galileischen Monde Umlaufperioden und Bahnhalbachsen bestimmt und darauf aufbauend das dritte Keplersche Gesetz überprüft. Dabei zeigte sich, dass der keplersche Zusammenhang grundsätzlich aus den Messdaten rekonstruierbar ist, die Genauigkeit der Ergebnisse jedoch von mehreren methodischen und experimentellen Faktoren beeinflusst wird.

Im Folgenden werden diese Einflussfaktoren diskutiert und die Aussagekraft der Ergebnisse eingeordnet.

11.1 Einfluss der zeitlichen Abdeckung der Messdaten

Ein zentraler Faktor der vorliegenden Auswertung ist die ungleichmäßige zeitliche Verteilung der Messpunkte. Die Beobachtungen wurden nicht in regelmäßigen Abständen durchgeführt, sondern waren stark von Wetterbedingungen und verfügbaren Beobachtungsfenstern abhängig. Dadurch entstanden Phasen mit mehreren Messungen innerhalb kurzer Zeiträume sowie längere Beobachtungslücken.

Das wirkt sich insbesondere auf die Periodenbestimmung aus. Die unterschiedlichen Umlaufzeiten führen zur eingeschränkten Phasenabdeckung, die sich in breiteren Maxima in den Periodenscans sowie in einer größeren Streuung der Messpunkte im Fit und im Phasenplot widerspiegelt. Die Unsicherheit der bestimmten Umlaufperioden ist daher weniger durch einzelne Messfehler als vielmehr durch die Struktur der Messreihe selbst begründet.

11.2 Begrenzte Auflösung und Abbildungsmaßstab

Ein weiterer wesentlicher Einflussfaktor ergibt sich aus den optischen Eigenschaften des verwendeten Smart-Teleskops. Aufgrund der geringen Öffnung und der kurzen Brennweite des Seestar S50 erscheinen sowohl Jupiter als auch seine Monde nur über eine begrenzte Anzahl von Pixeln auf dem Bildsensor. Kleine Lageänderungen können somit nur mit begrenzter Genauigkeit erfasst werden. Diese Einschränkung wirkt sich

direkt auf die Bestimmung der Bahnhalbachsen aus, da die gemessenen Abstände vom Jupiterzentrum nur mit einer endlichen Auflösung vorliegen.

Zusätzlich beeinflusst das atmosphärische Seeing die Bildschärfe. Kurzzeitige Turbulenzen der Erdatmosphäre führen zu einer scheinbaren Unschärfe und zu leichten Positionsschwankungen der punktförmigen Monde zwischen einzelnen Frames. Diese Effekte tragen ebenfalls zur Streuung der Messwerte bei.

11.3 Überbelichtung und Bestimmung des Jupiter-Radius

Ein spezielles Problem stellte in mehreren Beobachtungen die Überbelichtung des Jupiter-Scheibchens dar. In stark überbelichteten Aufnahmen ist der Rand des Planeten nicht klar definiert, was eine direkte Bestimmung des Jupiter-Radius aus den Bilddaten erschwert oder unmöglich macht.

Da die Ephemeridenwerte der Monde in Jupiter-Radien angegeben sind, wirkt sich eine fehlerhafte Bestimmung dieses Maßstabs unmittelbar auf den Vergleich zwischen Messdaten und Referenzwerten aus. Die in dieser Arbeit gewählte Lösung, für einzelne Messzeitpunkte auf externe Referenzwerte zurückzugreifen, stellt zwar einen Kompromiss dar, verdeutlicht jedoch zugleich eine grundsätzliche Grenze der Methode, da gezeigt wird, dass die Bilddaten des Smart-Teleskops nicht in jedem Fall alle benötigten Größen zuverlässig liefern.

11.4 Aussagekraft des Kepler-Nachweises

Trotz der beschriebenen Einschränkungen zeigt die Auswertung, dass der keplersche Zusammenhang zwischen Umlaufperiode und Bahnhalbachse mit den vorliegenden Daten grundsätzlich nachweisbar ist. Die bestimmten Perioden liegen in der Nähe der bekannten Literaturwerte, und die Abhängigkeit von T^2 und a^3 folgt qualitativ dem erwarteten Zusammenhang.

Der Nachweis ist nicht als hochpräzise Bestimmung physikalischer Konstanten zu verstehen. Aufgrund von Messunsicherheiten, begrenzter Datenmenge und instrumentellen Einschränkungen ist die Genauigkeit der Ergebnisse eingeschränkt.

Die Auswertung zeigt jedoch, dass sich der keplersche Zusammenhang unter realistischen Beobachtungsbedingungen grundsätzlich reproduzieren lässt, sofern die Grenzen der Methode berücksichtigt werden.

11.5 Einordnung im Vergleich zu anderen Beobachtungsmethoden

Natürlich hätten mit spezialisierten astronomischen Teleskopen und dafür entwickelten Auswerteprogrammen genauere Ergebnisse erzielt werden können. Solche Systeme sind für präzise Positionsbestimmungen ausgelegt und liefern entsprechend höhere Genauigkeiten.

Entscheidend ist jedoch, was mit dem hier verwendeten Instrument dennoch erreicht werden konnte. Trotz der sehr begrenzten Auflösung und der einfachen technischen Ausstattung ließ sich bis zum Nachweis des dritten Keplerschen Gesetzes ein konsistenter physikalischer Zusammenhang aus den eigenen Messdaten rekonstruieren.

Die Auswertung zeigt damit, dass es sich bei den gewonnenen Ergebnissen nicht nur um anschauliche Beobachtungen oder „schöne Bilder“ handelt, sondern dass mit einem einfachen Smart-Teleskop tatsächlich wissenschaftlich gearbeitet und grundlegende physikalische Phänomene nachgewiesen werden können. Diese Erkenntnis bildet die Ausgangsbasis für die Betrachtung des didaktischen Einsatzes im folgenden Kapitel.

12 Einsatzmöglichkeiten von Smart-Teleskop im schulischen Kontext

12.1 Ausgangspunkt

Die vorangegangenen Kapitel haben gezeigt, dass sich mit dem verwendeten Smart-Teleskop nicht nur Beobachtungen durchführen lassen, sondern dass aus den gewonnenen Daten auch physikalische Zusammenhänge rekonstruiert werden können. Daraus ergibt sich die Frage, inwiefern ein solches Instrument für den Einsatz im schulischen Kontext geeignet ist.

Im Folgenden wird daher betrachtet, welche Möglichkeiten sich mit dem Einsatz von Smart-Teleskopen in der Schule ergeben, welche Einschränkungen zu berücksichtigen sind und unter welchen Bedingungen ein sinnvoller Einsatz im Unterricht denkbar ist.

12.2 Möglichkeiten des Einsatzes im Unterricht

Ein wesentlicher Unterschied zu klassischen Teleskopen besteht darin, dass viele technische Schritte automatisiert ablaufen. Aufbau, Ausrichtung und Nachführung erfolgen weitgehend selbstständig. Statt im Unterricht viel Zeit auf technische Einstellungen zu verwenden, kann der Fokus stärker auf der Beobachtung und insbesondere auf der Auswertung der Daten liegen.

Im Rahmen dieser Arbeit hat sich gezeigt, dass bereits einfache Arbeitsweisen möglich sind, die sich grundsätzlich auch auf den schulischen Kontext übertragen lassen. Dazu gehört beispielsweise die manuelle Messung von Abständen mit Software wie AstroImageJ. Die Ergebnisse dieser Messungen lagen nahe bei den automatisch bestimmten Werten und konnten ohne Programmierkenntnisse durchgeführt werden.

Schülerinnen und Schüler könnten daher Beobachtungsdaten auswerten, indem sie Mondpositionen mit vorhandenen Messwerkzeugen bestimmen, Abstände in Tabellen erfassen und die Daten anschließend in bekannten Programmen wie Excel weiterverarbeiten.

In dieser Arbeit wurde zusätzlich Python zur Auswertung eingesetzt. Eine direkte

Umsetzung dieses Vorgehens im Unterricht wäre jedoch nicht wirklich realistisch. Eine mögliche Lösung besteht darin, vorbereiteten Code bereitzustellen, den Schülerinnen und Schüler ausführen und anhand der Ergebnisse interpretieren können. Auf diese Weise kann Programmierung als Werkzeug sichtbar werden, ohne dass alle Schritte selbst entwickelt werden müssen.

12.3 Vorteile des Einsatzes von Smart-Teleskopen

Aus den Erfahrungen der vorliegenden Untersuchung lassen sich mehrere Aspekte ableiten, die für einen Einsatz im Unterricht sprechen. Zum einen führen Beobachtungen relativ schnell zu sichtbaren Ergebnissen, was die Motivation fördern kann. Zudem ermöglichen eigene Messdaten eine stärkere Identifikation mit der Aufgabe als rein theoretische Beispiele. Physikalische Zusammenhänge werden nicht nur erklärt, sondern anhand eigener Daten nachvollzogen. Ebenso kann auch der Umgang mit realen Messunsicherheiten thematisiert werden.

Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass Schülerinnen und Schüler schrittweise an wissenschaftliches Arbeiten herangeführt werden können. Statt ausschließlich vorbereitete Aufgaben zu bearbeiten, arbeiten sie mit eigenen Beobachtungsdaten, die zunächst gesammelt, anschließend ausgewertet und schließlich interpretiert werden müssen. Dabei wird sichtbar, dass wissenschaftliche Erkenntnisse nicht einfach vorgegeben sind, sondern aus Messungen und deren Auswertung entstehen.

Darüber hinaus kann ein Teleskop einen motivierenden Zugang zur Physik bieten. Astronomie gehört häufig zu den Themen, die auf besonderes Interesse stoßen, gleichzeitig bleibt sie im Unterricht oft abstrakt. Wenn Schülerinnen und Schüler eigene Aufnahmen erstellen oder auswerten dürfen, entsteht ein direkter Bezug zur Beobachtung. Die physikalischen Inhalte, beispielsweise das dritte Keplersche Gesetz, lassen sich dadurch anschaulicher nachvollziehen, da sie nicht nur theoretisch behandelt werden, sondern aus realen Daten hervorgehen.

Neben der wissenschaftlichen Arbeit spielt auch der ästhetische Aspekt eine Rolle. Die mit einem Teleskop gewonnenen Bilder können Eindruck hinterlassen und Neugier wecken. Selbst wenn zunächst nur die Beobachtung im Vordergrund steht, kann daraus Interesse an den zugrunde liegenden physikalischen Prozessen entstehen. Dieser Zugang kann insbesondere für Schülerinnen und Schüler hilfreich sein, die zunächst über das visuelle Erlebnis angesprochen werden und erst im nächsten Schritt ein tieferes Interesse an physikalischen Fragestellungen entwickeln.

12.4 Grenzen und Herausforderungen

Neben den genannten Möglichkeiten müssen auch Einschränkungen berücksichtigt werden. Ein Smart-Teleskop vereinfacht viele technische Schritte, was im Unterricht einerseits hilfreich sein kann, gleichzeitig aber auch dazu führt, dass bestimmte Prozesse weniger sichtbar werden. Aufbau, Ausrichtung und Nachführung laufen weitgehend automatisch ab, sodass Schülerinnen und Schüler nur begrenzt nachvollziehen, wie die Beobachtung technisch umgesetzt wird. Ohne eine bewusste Einordnung besteht die Gefahr, dass das Instrument als eine Art „Black Box“ wahrgenommen wird.

Darüber hinaus reduziert die starke Automatisierung die Kontrolle über einzelne Aufnahmeparameter. Klassische Aspekte der Beobachtungsastronomie, wie das manuelle Einstellen oder das gezielte Variieren von Parametern, lassen sich nur eingeschränkt vermitteln.

Auch die begrenzte Auflösung des verwendeten Instruments setzt der Genauigkeit der Ergebnisse natürliche Grenzen. Die vorliegende Arbeit hat gezeigt, dass physikalische Zusammenhänge zwar nachvollzogen werden können, die Messgenauigkeit jedoch nicht mit klassischen Teleskopen vergleichbar ist. Für den Unterricht bedeutet dies, dass Ergebnisse nicht naiv als „exakt“ interpretiert werden dürfen. Vielmehr sollte thematisiert werden, dass Messungen immer mit Unsicherheiten verbunden sind und dass wissenschaftliches Arbeiten auch bedeutet, die Grenzen der eigenen Daten zu reflektieren.

Ein weiterer praktischer Aspekt ist der Zeit- und Organisationsaufwand. Beobachtungen sind abhängig von Wetterbedingungen, verfügbaren Beobachtungszeiten und technischen Rahmenbedingungen. Dies kann die Planung im schulischen Kontext erschweren und erfordert eine gewisse Flexibilität im Unterrichtsablauf. Gerade diese Herausforderungen können jedoch auch didaktisch genutzt werden, indem Schülerinnen und Schüler erfahren, dass wissenschaftliche Arbeit nicht immer geradlinig verläuft, sondern mit Unsicherheiten, Einschränkungen und notwendigen Entscheidungen verbunden ist.

12.5 Fazit

Insgesamt zeigt sich, dass Smart-Teleskope nicht als Ersatz für klassische astronomische Instrumente verstanden werden sollten. Viele Schritte, die bei klassischen Teleskopen einen großen Teil der Arbeit ausmachen, wie z.B. das Auffinden von Objekten, die Orientierung am Himmel oder die manuelle Nachführung, werden durch Automatisierung übernommen. Dadurch entfällt zwar ein Teil des Lernprozesses, gleichzeitig wird jedoch ein Einstieg ermöglicht, bei dem der Fokus stärker auf den beobachteten Phäno-

menen selbst liegen kann. Für Lernende oder Einsteigerinnen und Einsteiger, die sich zunächst nicht intensiv mit der technischen Handhabung eines Teleskops auseinandersetzen möchten, kann dies den Zugang erleichtern.

Gerade diese Automatisierung stellt jedoch auch eine Einschränkung dar. Die Orientierung am Himmel und das Verständnis der technischen Abläufe gehören zur klassischen astronomischen Praxis und können durch ein stark automatisiertes System nur eingeschränkt vermittelt werden. Ein reflektierter Einsatz muss daher bewusst zwischen diesen beiden Seiten abwägen.

Ein mögliches Einsatzfeld ergibt sich insbesondere im Rahmen von Seminararbeiten oder projektorientierten Aufgabenstellungen. Denkbar ist beispielsweise, dass Schülerinnen und Schüler ein solches Teleskop über einen längeren Zeitraum eigenständig nutzen, Beobachtungsdaten sammeln und anschließend ähnlich wie in dieser Arbeit eigene Auswertungen durchführen. Dadurch entsteht die Möglichkeit, wissenschaftliches Arbeiten über einen längeren Prozess hinweg zu erfahren, von der Datenerhebung bis zur Interpretation der Ergebnisse. Gleichzeitig erlaubt die einfache Bedienbarkeit, dass der Schwerpunkt nicht auf der technischen Handhabung, sondern auf der inhaltlichen Auseinandersetzung liegt.

13 Schlussbetrachtung

Ziel dieser Arbeit war es zu untersuchen, inwiefern mit einem Smart-Teleskop wissenschaftlich gearbeitet werden kann. Dazu wurden eigene Beobachtungsdaten der Galileischen Monde aufgenommen und ausgewertet, um Umlaufperioden und Bahnhalbachsen zu bestimmen und darauf aufbauend das dritte Keplersche Gesetz zu überprüfen.

Die Auswertung hat gezeigt, dass sich aus den eigenen Messdaten ein konsistenter physikalischer Zusammenhang rekonstruieren lässt. Trotz begrenzter Auflösung, ungleichmäßiger Beobachtungszeiten und praktischer Einschränkungen konnten die Umlaufbewegungen nachvollzogen und der keplersche Zusammenhang anhand eigener Daten überprüft werden. Gleichzeitig wurde deutlich, dass die Aussagekraft der Ergebnisse stark von der Qualität der Daten abhängt und dass Beobachtungsbedingungen sowie technische Einstellungen eine entscheidende Rolle spielen.

Im Verlauf der Arbeit wurde sichtbar, dass auch bei einem stark automatisierten Teleskop eigene Entscheidungen notwendig bleiben. So stellte beispielsweise die Belichtung von Jupiter eine konkrete Herausforderung dar, da der Planet in vielen Aufnahmen überstrahlt war und dadurch bestimmte Messungen nicht direkt verwendet werden konnten. Erst durch Anpassungen der Aufnahmeeinstellungen und durch einen Wechsel des Beobachtungsmodus wurde es möglich, den Planeten und seine Monde ausreichend getrennt abzubilden. Solche Erfahrungen zeigen, dass auch bei automatisierter Technik ein Verständnis für physikalische Zusammenhänge wie Helligkeit, Kontrast und Bildentstehung erforderlich ist. Gleichzeitig wird deutlich, dass Beobachtungsdaten nicht selbstverständlich nutzbar sind, sondern kritisch ausgewählt und bewertet werden müssen.

Ein weiteres Ergebnis der Arbeit besteht darin, dass wissenschaftliches Arbeiten nicht nur aus ordentlichen Messungen besteht, sondern auch aus dem Umgang mit unvollständigen oder fehlerhaften Daten. Entscheidungen darüber, welche Messpunkte verwendet werden können und welche nicht, gehören ebenso zum Prozess wie die eigentliche Auswertung. Gerade diese Aspekte machen nachvollziehbar, wie physikalische Erkenntnisse aus realen Beobachtungen entstehen.

Aus didaktischer Perspektive ergibt sich daraus die Möglichkeit, Beobachtung und Auswertung enger miteinander zu verbinden. Schülerinnen und Schüler könnten eige-

ne Beobachtungen durchführen, Messdaten erfassen und ähnlich wie in dieser Arbeit auswerten.

Die Arbeit zeigt insgesamt, dass ein Smart-Teleskop einen Zugang zu beobachtungsbasierter Physik ermöglichen kann, bei dem sowohl praktische Beobachtungserfahrung als auch Datenanalyse eine Rolle spielen.

Literatur

- [1] Astropy Collaboration u. a. „Astropy: A community Python package for astronomy“. In: *Astronomy & Astrophysics* 558 (2013), A33. DOI: 10.1051/0004-6361/201322068.
- [2] Astropy Collaboration u. a. „The Astropy Project: Building an open-science project and status of the v2.0 core package“. In: *The Astronomical Journal* 156.3 (2018), S. 123. DOI: 10.3847/1538-3881/aabc4f.
- [3] Joanne Baker. *50 Schlüsselideen Astronomie und Kosmologie*. Berlin/Heidelberg: Springer, 2012. DOI: 10.1007/978-3-8274-2902-5.
- [4] Bradley W. Carroll und Dale A. Ostlie. *An Introduction to Modern Astrophysics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014.
- [5] Jamie Carter. *ZWO SEESTAR S50 Review – Smart Telescope for Everyone*. 2023. URL: <https://www.space.com/> (besucht am 16.02.2026).
- [6] Neil F. Comins. *Astronomie*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2011. ISBN: 978-3-8274-2498-3.
- [7] Cornelis P. Dullemond. *Chapter 2 Atmospheric Turbulence: “Seeing”*. 2011. URL: https://www.ita.uni-heidelberg.de/~dullemond/lectures/obsastro_2011/chap_turb.pdf (besucht am 24.03.2026).
- [8] David Halliday, Robert Resnick und Jearl Walker. *Halliday Physik*. 3., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage. Weinheim: Wiley-VCH, 2015. ISBN: 978-3-527-41365-0.
- [9] Arnold Hanslmeier. *Neue Fenster in das Universum*. In deiner Liste stand 2023/2024; bitte ggf. das Jahr wie im Buch-Impressum anpassen. Berlin/Heidelberg: Springer, 2024.
- [10] Ronald W. Hilditch. *An Introduction to Close Binary Stars*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [11] Daniel Hillmayr u. a. *Digitale Medien im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht der Sekundarstufe*. Münster, 2017.

- [12] Steve B. Howell. *Handbook of CCD Astronomy*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.
- [13] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D graphics environment“. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55.
- [14] Alexander Kerste. *Astrofotografie für Einsteiger. Der Leitfaden von den ersten Milchstraßen-Bildern zur Deep-Sky-Fotografie*. 2., erweiterte und aktualisierte Auflage. Heidelberg: dpunkt.verlag GmbH, 2024.
- [15] NASA. *Facts about Jupiter*. 2024. URL: <https://solarsystem.nasa.gov/planets/jupiter/overview/> (besucht am 22.10.2025).
- [16] OpenStax. *4.5 Circular Apertures and Resolution*. OpenStax. 2025. URL: <https://openstax.org/books/university-physics-volume-3/pages/4-5-circular-apertures-and-resolution> (besucht am 24.03.2026).
- [17] Markus Pössel. *A Beginner’s Guide to Working with Astronomical Data*. 2020. arXiv: 1905.13189.
- [18] Seestar. *Seestar S50 All-in-One Smart Telescope*. 2025. URL: <https://www.seestar.com/products/seestar-s50> (besucht am 24.03.2026).
- [19] Albrecht Unsöld und Bodo Baschek. *Der Neue Kosmos*. Jahr in deiner Liste nicht angegeben; falls bekannt, bitte ergänzen. Springer. ISBN: 3-540-64165-3.
- [20] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- [21] ZWO. *Produktbeschreibung SEESTAR S50. Offizielle Herstellerseite*. 2024. URL: <https://www.zwoastro.com/> (besucht am 16.02.2026).

A Python-Auswertung

A.1 Python-Skript zur Bestimmung der Mondabstände

Zweck des Skripts

Dieses Skript dient dazu, aus Seestar-S50-Aufnahmen von Jupiter automatisch das Zentrum von Jupiter zu bestimmen, die Galileischen Monde zu identifizieren und deren Abstand zum Jupiterzentrum in Pixeln zu berechnen. Zusätzlich wird ein Kontrollplot erzeugt, in dem Jupiterzentrum, geschätzter Jupiterradius und die erkannten Monde markiert sind.

Einlesen der FITS-Daten

Die Rohdaten liegen als ZIP-Archiv vor, das mehrere FITS-Dateien enthält. Das Skript liest diese Dateien direkt aus dem Archiv ein und verarbeitet eine definierte Anzahl von Frames. FITS ist ein Standardformat in der Astronomie, bei dem Bilddaten als zweidimensionale Arrays gespeichert werden.

Bestimmung des Jupiterzentrums

Zur Bestimmung des Jupiterzentrums wird zunächst eine Maske heller Pixel erstellt. Diese basiert auf einem Schwellenwert, der aus dem Median und der Standardabweichung der Bildintensitäten berechnet wird. Anschließend werden zusammenhängende Pixelbereiche identifiziert und die größte Region als Jupiter interpretiert. Das Zentrum dieser Region wird über den Schwerpunkt der Intensitäten bestimmt.

Bestimmung des Jupiterradius

Der Jupiterradius wird über ein radiales Intensitätsprofil abgeschätzt. Dazu werden die Intensitäten aller Pixel als Funktion ihres Abstands zum Jupiterzentrum betrachtet.

Das Profil wird geglättet, und der Radius wird an der Stelle bestimmt, an der die Intensität erstmals auf etwa 50% des Maximalwerts abfällt.

Maskierung des Jupiter-Halos

Da der helle Halo um Jupiter die Detektion der Monde erschweren kann, werden Pixel innerhalb eines bestimmten Radius vom Jupiterzentrum maskiert. Dadurch wird verhindert, dass der Halo fälschlicherweise als zusätzliche Lichtquelle erkannt wird.

Detektion der Monde

Die Monde werden mithilfe des Algorithmus `DA0StarFinder` aus der Bibliothek `photutils` identifiziert. Dieser Algorithmus ist speziell für punktförmige Lichtquellen ausgelegt und wird häufig in der astronomischen Bildanalyse eingesetzt.

Berechnung der Mondabstände

Für jede erkannte Lichtquelle wird der Abstand zum Jupiterzentrum berechnet. Anschließend werden die hellsten Kandidaten ausgewählt, die als Galileische Monde interpretiert werden.

Python-Code

```
1      import zipfile
2      from io import BytesIO
3      import numpy as np
4      import matplotlib.pyplot as plt
5      from astropy.io import fits
6      from astropy.stats import sigma_clipped_stats
7      from photutils.detection import DA0StarFinder
8      from scipy.ndimage import label, center_of_mass,
          gaussian_filter
9
10     ZIP_PATH = "31.10_MP1.zip"
11     N_FRAMES = 10
12     HALO_RADIUS = 30
13     MIN_DISTANCE = 25
14     NUM_MOONS = 4
15
16     with zipfile.ZipFile(ZIP_PATH, "r") as z:
17         all_files = z.namelist()
```

```

18     fits_files = [f for f in all_files if f.lower().endswith
19                    (".fit", ".fits", ".fts")]
20
21     for idx, fit_file in enumerate(fits_files[:N_FRAMES]):
22
23         with zipfile.ZipFile(ZIP_PATH, "r") as z:
24             data = z.read(fit_file)
25             hdul = fits.open(BytesIO(data))
26             img = hdul[0].data
27             hdul.close()
28
29             mean, median, std = sigma_clipped_stats(img)
30
31             jup_mask = img > (median + 10 * std)
32             labeled, n_labels = label(jup_mask)
33
34             if n_labels > 0:
35                 sizes = [np.sum(labeled == i + 1) for i in range(
36                             n_labels)]
37                 largest_label = np.argmax(sizes) + 1
38                 jup_region = (labeled == largest_label)
39                 y_j, x_j = center_of_mass(img * jup_region)
40             else:
41                 y_j, x_j = np.unravel_index(np.nanargmax(img), img.shape
42                                             )
43
44             yy, xx = np.indices(img.shape)
45             distances = np.hypot(xx - x_j, yy - y_j)
46
47             r = distances.astype(int).ravel()
48             vals = img.ravel()
49             rmax = int(min(img.shape) // 2)
50             rad_sum = np.bincount(r, weights=vals, minlength=rmax +
51                                   1)
52             rad_count = np.bincount(r, minlength=rmax + 1)
53
54             with np.errstate(divide="ignore", invalid="ignore"):
55                 rad_med = rad_sum / np.maximum(rad_count, 1)
56
57             rad_sm = gaussian_filter(rad_med, sigma=2)

```

```

55     peak = np.nanmax(rad_sm)
56     half_peak = 0.5 * peak
57     r_half = np.where(rad_sm <= half_peak)[0]
58
59     if len(r_half) > 0:
60         jupiter_radius_px = float(r_half[0])
61     else:
62         jup_distances = distances[jup_region]
63         jupiter_radius_px = float(np.max(jup_distances))
64
65     print(f"Frame {idx} - Jupiter-Radius: {jupiter_radius_px
66           :.2f} px")
67
68     mask = distances > HALO_RADIUS
69     img_moons = img * mask
70
71     mean_m, median_m, std_m = sigma_clipped_stats(img_moons)
72
73     daofind = DAOStarFinder(fwhm=2.0, threshold=3.0 * std_m)
74     sources = daofind(img_moons - median_m)
75
76     moons = []
77
78     if sources is not None:
79         for s in sources:
80             x_m = float(s["xccentroid"])
81             y_m = float(s["yccentroid"])
82             flux = float(s["flux"])
83             dist_px = np.hypot(x_m - x_j, y_m - y_j)
84
85             if dist_px >= MIN_DISTANCE:
86                 moons.append((x_m, y_m, flux, dist_px))
87
88     moons_sorted = sorted(moons, key=lambda x: x[2], reverse
89                           =True)[:NUM_MOONS]
90
91     print("Frame", idx)
92
93     for m_idx, m in enumerate(moons_sorted):
94         print("Mond", m_idx, "Abstand:", m[3])

```

```

94     plt.figure(figsize=(8, 8))
95     plt.imshow(img, cmap="gray", origin="lower")
96
97     plt.plot(x_j, y_j, "yx", markersize=12, label="Jupiter
          Zentrum")
98
99     circ = plt.Circle(
100     (x_j, y_j),
101     jupiter_radius_px,
102     color="yellow",
103     fill=False,
104     lw=2,
105     label="Jupiter-Radius"
106     )
107     plt.gca().add_patch(circ)
108
109     theta = np.linspace(0, 2 * np.pi, 200)
110     x_circ = x_j + jupiter_radius_px * np.cos(theta)
111     y_circ = y_j + jupiter_radius_px * np.sin(theta)
112
113     plt.plot(x_circ, y_circ, "y--", lw=1)
114
115     for m_idx, m in enumerate(moons_sorted):
116         plt.plot(m[0], m[1], "ro", markersize=6)
117         plt.text(m[0] + 5, m[1] + 5, f"M{m_idx}", color="red",
          fontsize=10)
118
119     plt.title(f"Frame {idx}: Monde erkannt + Jupiter-Radius
          ")
120     plt.xlabel("X Pixel")
121     plt.ylabel("Y Pixel")
122     plt.legend()
123     plt.show()

```

A.2 Python-Skript zur Erstellung der Auswertungsdiagramme

Zweck des Skripts

Dieses Python-Skript dient dazu, die aus den Jupiter-Aufnahmen gewonnenen Messwerte (vorzeichenbehaftete Abstände x_{mess} in Pixeln) für jeden Galileischen Mond auszuwerten und die in der Arbeit gezeigten Diagramme automatisiert zu erzeugen. Für jeden Mond werden (i) die Roh-Zeitreihe, (ii) ein geführter Lomb–Scargle-Periodenscan, (iii) ein nichtlinearer Cosinus-Fit an die Zeitreihe sowie (iv) ein Phasenplot (gefaltete Daten) erstellt und als PNG-Dateien gespeichert. Zusätzlich werden die Fitparameter (insbesondere Periodendauer und Amplitude inklusive Unsicherheiten) in einer separaten Ergebnisdatei gespeichert, um die weitere Auswertung zu erleichtern.

Einlesen und Vorverarbeitung der Messdaten

Die Messdaten werden aus einer Excel-Datei (`EXCEL_PATH`) eingelesen. Erwartet werden mindestens die Spalten `Mond`, `t` (Tage) und `x_mess`. Dabei bezeichnet `t` (Tage) die Zeit in Tagen seit dem ersten Messpunkt und `x_mess` den gemessenen, vorzeichenbehafteten Abstand. Optional kann zusätzlich `σ_mess` (Messunsicherheit) angegeben werden; falls diese Spalte fehlt oder keine sinnvollen Werte enthält, wird ohne Gewichtung gefittet.

Zur Robustheit werden (i) nicht numerische Einträge in den Spalten `t` (Tage) und `x_mess` als ungültig verworfen, (ii) leere Mond-Einträge entfernt und (iii) Platzhalterwerte gezielt herausgefiltert, da diese sonst den Fit und den Periodenscan verfälschen können.

Mondweiser Ablauf

Die Auswertung erfolgt mondweise. Aus der Excel-Tabelle werden zunächst alle eindeutigen Mondnamen bestimmt und anschließend pro Mond ein Teildatensatz erzeugt. Falls weniger als sechs valide Datenpunkte vorliegen, wird der Mond übersprungen, da Periodensuche und nichtlinearer Fit sonst nicht stabil sind.

Geführter Periodenscan mit Lomb–Scargle

Um eine sinnvolle Startschätzung für die Periodendauer zu erhalten, wird für jeden Mond ein Lomb–Scargle-Periodogramm berechnet. Da die Periodenbereiche für die Galileischen Monde gut bekannt sind, wird ein mondspezifisches Suchfenster verwendet. Innerhalb dieses Fensters wird ein fein aufgelöstes Periodengitter erzeugt und in

Frequenzen $f = 1/T$ umgerechnet. Die Lomb–Scargle-Power wird über diesem Frequenzgitter berechnet, und die Periode mit maximaler Power wird als *Scan-Bestwert* T_{scan} identifiziert. Dieser Wert dient anschließend als Startwert für den nichtlinearen Fit.

Nichtlinearer Cosinus-Fit an die Zeitreihe

Die Zeitreihe wird anschließend mit einem Cosinus-Modell angepasst:

$$x(t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + c,$$

wobei A die Amplitude (in Pixeln), T die Periodendauer (in Tagen), φ die Phase (in rad) und c ein Offset ist. Als Startwerte werden $A_0 \approx \frac{1}{2}(\max(x) - \min(x))$, $c_0 = \bar{x}$, $\varphi_0 = 0$ und $T_0 = T_{\text{scan}}$ verwendet.

Erzeugte Plots und deren Bedeutung

Für jeden Mond werden automatisch vier Plot-Typen erzeugt:

- **Roh-Zeitreihe:** Streudiagramm von $x_{\text{mess}}(t)$ zur direkten Sichtprüfung der Datenqualität.
- **Periodenscan:** Lomb–Scargle-Power als Funktion der Testperiode T ; markiert wird der Scan-Bestwert T_{scan} .
- **Zeitreihe + Fit:** Messwerte und bestes Fitmodell; in der Legende wird $T_{\text{fit}} \pm \sigma_T$ angegeben.
- **Phasenplot:** Darstellung der gefalteten Daten mit Phase $\phi = (t/T_{\text{fit}}) \bmod 1$.

Speicherung der Fit-Ergebnisse

Die wichtigsten Ergebnisse werden pro Mond in einer Ergebnisliste gesammelt und am Ende als Excel-Datei gespeichert. Diese Datei erleichtert die Weiterverarbeitung, etwa für den Vergleich der Perioden und die Überprüfung des dritten Keplerschen Gesetzes.

Python-Code

```

1         import os
2         import numpy as np
3         import pandas as pd
4         import matplotlib.pyplot as plt

```

```

5
6     from astropy.timeseries import LombScargle
7     from scipy.optimize import curve_fit
8
9     EXCEL_PATH = "abstaende_centermass_kopie.xlsx"
10    SHEET = 0
11    OUTDIR = "plots"
12    os.makedirs(OUTDIR, exist_ok=True)
13
14    SHOW = False
15
16    def savefig(path):
17        plt.tight_layout()
18        plt.savefig(path, dpi=300, bbox_inches="tight")
19        if SHOW:
20            plt.show()
21        plt.close()
22        print("Gespeichert:", path)
23
24    def model(t, A, T, phi, c):
25        return A * np.cos(2 * np.pi * t / T + phi) + c
26
27    print("Lese Excel:", EXCEL_PATH)
28    df = pd.read_excel(EXCEL_PATH, sheet_name=SHEET)
29
30    for c in ["Mond", "t (Tage)", "x_mess"]:
31        if c not in df.columns:
32            raise ValueError(f"Spalte fehlt: {c}. Gefunden: {list(df
33                .columns)}")
34
35    df = df[df["Mond"].notna()].copy()
36    df["Mond"] = df["Mond"].astype(str).str.strip()
37
38    df["t (Tage)"] = pd.to_numeric(df["t (Tage)"], errors="
39        coerce")
40    df["x_mess"] = pd.to_numeric(df["x_mess"], errors="
41        coerce")
42
43    if "sigma_mess" in df.columns:
44        df["sigma_mess"] = pd.to_numeric(df["sigma_mess"],
45            errors="coerce")

```

```

42     elif "σ_mess" in df.columns:
43         df["sigma_mess"] = pd.to_numeric(df["σ_mess"], errors="
            coerce")
44     else:
45         df["sigma_mess"] = np.nan
46
47     df = df[df["t (Tage)"].notna() & df["x_mess"].notna()].
        copy()
48
49     monde = sorted(df["Mond"].unique())
50     print("Gefundene Monde:", monde)
51
52     WINDOWS = {
53         "Io": (1.4, 2.2),
54         "Europa": (3.2, 3.9),
55         "Ganymed": (6.0, 8.0),
56         "Kallisto": (14.0, 18.0),
57     }
58
59     results = []
60
61     for MOND in monde:
62         sub = df[df["Mond"] == MOND].copy()
63
64         sub = sub[~((sub["x_mess"] == 0) & ((sub["sigma_mess"].
            isna()) | (sub["sigma_mess"] == 0)))].copy()
65
66         t = sub["t (Tage)"].to_numpy(float)
67         x = sub["x_mess"].to_numpy(float)
68
69         if len(t) < 6:
70             print(f"{MOND}: zu wenige Datenpunkte ({len(t)}),
                uebersprungen.")
71         continue
72
73         sig = None
74         use_sigma = False
75         sig_tmp = sub["sigma_mess"].to_numpy(float)
76
77         if np.all(np.isfinite(sig_tmp)) and np.nanmedian(sig_tmp
            ) > 0:

```

```

78     sig = sig_tmp
79     use_sigma = True
80
81     if MOND in WINDOWS:
82         T_min, T_max = WINDOWS[MOND]
83     else:
84         T_min, T_max = 0.5, 25.0
85
86     print(f"{MOND}: N={len(t)} | Fenster {T_min}-{T_max} d |
          use_sigma={use_sigma}")
87
88     plt.figure()
89     plt.scatter(t, x)
90     plt.xlabel("t (Tage seit erstem Messpunkt)")
91     plt.ylabel("x_mess (vorzeichenbehaftet)")
92     plt.title(f"{MOND}: Zeitreihe der Messdaten")
93     savefig(os.path.join(OUTDIR, f"{MOND}_00_zeitreihe_raw.
          png"))
94
95     T_grid = np.linspace(T_min, T_max, 4000)
96     f_grid = 1.0 / T_grid
97
98     ls = LombScargle(t, x, sig, nterms=1) if use_sigma else
          LombScargle(t, x, nterms=1)
99     power = ls.power(f_grid)
100
101     best_idx = np.argmax(power)
102     T_scan_best = T_grid[best_idx]
103     print(f"{MOND}: Scan-Bestwert T ~ {T_scan_best:.5f} d")
104
105     plt.figure()
106     plt.plot(T_grid, power)
107     plt.axvline(T_scan_best, linestyle="--", label=f"Scan-
          Best: {T_scan_best:.4f} d")
108     plt.xlabel("Test-Periode T (Tage)")
109     plt.ylabel("Lomb-Scargle Power")
110     plt.title(f"{MOND}: gefuehrter Periodenscan ({T_min}-{
          T_max} d)")
111     plt.legend()
112     savefig(os.path.join(OUTDIR, f"{MOND}_02_periodenscan_{
          T_min}-{T_max}d.png"))

```

```

113
114     A0 = 0.5 * (np.nanmax(x) - np.nanmin(x))
115     c0 = np.nanmean(x)
116     phi0 = 0.0
117     p0 = [A0, T_scan_best, phi0, c0]
118     bounds = ([-np.inf, T_min, -2 * np.pi, -np.inf], [np.inf
119         , T_max, 2 * np.pi, np.inf])
119
120     if use_sigma:
121         popt, pcov = curve_fit(
122             model, t, x, p0=p0, bounds=bounds,
123             sigma=sig, absolute_sigma=True, maxfev=20000
124         )
125     else:
126         popt, pcov = curve_fit(
127             model, t, x, p0=p0, bounds=bounds, maxfev=20000
128         )
129
130     A_fit, T_fit, phi_fit, c_fit = popt
131     perr = np.sqrt(np.diag(pcov)) if pcov is not None else
132         np.full(4, np.nan)
132
133     A_err = perr[0] if np.isfinite(perr[0]) else np.nan
134     T_err = perr[1] if np.isfinite(perr[1]) else np.nan
135     phi_err = perr[2] if np.isfinite(perr[2]) else np.nan
136     c_err = perr[3] if np.isfinite(perr[3]) else np.nan
137
138     print(f"{MOND}: Fit T = {T_fit:.5f} +/- {T_err:.5f} d")
139     print(f"{MOND}: Amplitude A = {A_fit:.4f} +/- {A_err:.4f
140         } px")
140     print(f"{MOND}: Offset c = {c_fit:.4f} +/- {c_err:.4f}
141         px")
141
142     results.append({
143         "Mond": MOND,
144         "N": len(t),
145         "T_scan_best_d": float(T_scan_best),
146         "T_fit_d": float(T_fit),
147         "T_err_d": float(T_err) if np.isfinite(T_err) else
148             np.nan,
148         "A_fit_px": float(A_fit),

```

```

149         "A_abs_px": float(abs(A_fit)),
150         "A_err_px": float(A_err) if np.isfinite(A_err) else
            np.nan,
151         "phi_fit_rad": float(phi_fit),
152         "phi_err_rad": float(phi_err) if np.isfinite(phi_err
            ) else np.nan,
153         "c_fit_px": float(c_fit),
154         "c_err_px": float(c_err) if np.isfinite(c_err) else
            np.nan,
155         "use_sigma": bool(use_sigma),
156         "T_min_d": float(T_min),
157         "T_max_d": float(T_max),
158     })
159
160     t_fit = np.linspace(np.min(t), np.max(t), 2000)
161     x_fit = model(t_fit, *popt)
162
163     plt.figure()
164     plt.scatter(t, x, label="Messwerte")
165     plt.plot(t_fit, x_fit, label=f"Fit: T={T_fit:.4f}+/-{
        T_err:.4f} d")
166     plt.xlabel("t (Tage seit erstem Messpunkt)")
167     plt.ylabel("x_mess (vorzeichenbehaftet)")
168     plt.title(f"{MOND}: Zeitreihe + Fit")
169     plt.legend()
170     savefig(os.path.join(OUTDIR, f"{MOND}_03_zeitreihe_fit.
        png"))
171
172     phase = (t / T_fit) % 1.0
173     phase_grid = np.linspace(0, 1, 500)
174
175     plt.figure()
176     plt.scatter(phase, x, label="gefaltet")
177     plt.plot(phase_grid, model(phase_grid * T_fit, *popt),
        label="Fit (eine Periode)")
178     plt.xlabel("Phase (0..1)")
179     plt.ylabel("x_mess")
180     plt.title(f"{MOND}: Phasenplot mit Fit")
181     plt.legend()
182     savefig(os.path.join(OUTDIR, f"{MOND}_04_phasenplot_fit.
        png"))

```

```

183
184         if len(results) > 0:
185             res_df = pd.DataFrame(results)
186             out_xlsx = "fit_ergebnisse_monde.xlsx"
187             res_df.to_excel(out_xlsx, index=False)
188             print("Ergebnis-Tabelle gespeichert als:", out_xlsx)
189         else:
190             print("Keine Ergebnisse gespeichert (keine Monde
                ausgewertet?).")
191
192     print("Fertig. Alle Plots liegen in:", OUTDIR)

```

A.3 Python-Skript zur grafischen Überprüfung des dritten Keplerschen Gesetzes

Zweck des Skripts

Dieses Python-Skript dient dazu, den Zusammenhang zwischen Umlaufzeit und Bahnradius der Galileischen Monde grafisch darzustellen und damit das dritte Keplersche Gesetz experimentell zu überprüfen.

Nach dem dritten Keplerschen Gesetz gilt für Himmelskörper, die einen zentralen Körper umkreisen:

$$T^2 \propto r^3$$

Dabei bezeichnet T die Umlaufzeit des Mondes und r seinen mittleren Abstand vom Zentralobjekt, hier also vom Planeten Jupiter.

Ziel der Auswertung ist es, die bestimmten Werte der Galileischen Monde in einem Diagramm darzustellen und zu untersuchen, ob die Messdaten diesem Zusammenhang folgen.

Definition der Eingangsdaten

Zunächst werden die Umlaufzeiten der Galileischen Monde sowie ihre mittleren Bahnradii definiert. Diese Werte stammen aus der zuvor durchgeführten Auswertung der Beobachtungsdaten.

Die Umlaufzeiten werden in Tagen angegeben, während die Bahnradii in Kilometern vorliegen.

Berechnung der Kepler-Größen

Um das dritte Keplersche Gesetz zu überprüfen, werden zwei neue Größen berechnet:

- das Quadrat der Umlaufzeit T^2
- die dritte Potenz des Bahnradius r^3

Wenn das dritte Keplersche Gesetz gilt, sollten die Punkte im Diagramm T^2 gegen r^3 näherungsweise auf einer Geraden liegen.

Erstellung des Diagramms

Die berechneten Werte werden anschließend in einem Diagramm dargestellt. Dabei wird r^3 auf der x-Achse und T^2 auf der y-Achse aufgetragen.

Zusätzlich wird eine lineare Ausgleichsgerade berechnet, um zu untersuchen, wie gut die Messwerte dem theoretisch erwarteten Zusammenhang folgen.

Python-Code

```
1      import numpy as np
2      import matplotlib.pyplot as plt
3
4      moons = ["Io", "Europa", "Ganymed", "Kallisto"]
5
6      T = np.array([1.769, 3.551, 7.154, 16.689])
7
8      r = np.array([421700, 671100, 1070400, 1882700])
9
10     T_squared = T**2
11     r_cubed = r**3
12
13     coeff = np.polyfit(r_cubed, T_squared, 1)
14     fit_line = np.poly1d(coeff)
15
16     plt.figure(figsize=(8, 6))
17
18     plt.scatter(r_cubed, T_squared)
19
20     for i, moon in enumerate(moons):
21         plt.text(r_cubed[i], T_squared[i], moon)
22
```

```

23     x_fit = np.linspace(min(r_cubed), max(r_cubed), 100)
24     plt.plot(x_fit, fit_line(x_fit))
25
26     plt.xlabel("r^3 (km^3)")
27     plt.ylabel("T^2 (Tage^2)")
28     plt.title("Grafische Ueberpruefung des dritten
                Keplerschen Gesetzes")
29
30     plt.show()

```

A.4 Beobachtungsdaten

In Tabelle A.1 sind die Zeitpunkte der durchgeführten Beobachtungen sowie die Anzahl der jeweils ausgewerteten Frames aufgeführt. Die Angaben zu den Beobachtungsbedingungen basieren auf der Bildqualität der jeweiligen Aufnahmen.

Datum	Uhrzeit	Frames	Bedingungen
31.10.2025	05:52	1	klar
01.11.2025	03:21	2	klar
01.11.2025	04:06	2	überwiegend klar/vorbeiziehende Wolken
03.11.2025	02:23	8	klar
03.11.2025	02:38	6	klar
03.11.2025	02:44	5	überwiegend klar
03.11.2025	04:05	1	vorbeiziehende Wolken
06.11.2025	01:48	2	klar
06.11.2025	02:23	2	vorbeiziehende Wolken
06.11.2025	02:40	4	vorbeiziehende Wolken
06.11.2025	03:22	6	vorbeiziehende Wolken
06.11.2025	03:47	6	vorbeiziehende Wolken
06.11.2025	04:15	4	vorbeiziehende Wolken
06.11.2025	04:47	6	klar
06.11.2025	05:18	2	nebelig
21.11.2025	23:18	4	klar
16.12.2025	01:48	6	leichter Nebel
28.12.2025	22:36	6	klar
28.12.2025	23:08	8	klar
29.12.2025	01:48	5	klar

Tabelle A.1: Beobachtungstermine und Anzahl der ausgewerteten Frames

B Auswertungstabelle der gemessenen Mondabstände

Die folgende Tabelle enthält die vollständige Datengrundlage der in dieser Arbeit durchgeführten Auswertung der Umlaufbewegungen der Galileischen Monde. Sie wurde in Microsoft Excel erstellt und enthält sowohl die aus Ephemeriden abgeleiteten Referenzwerte als auch die aus den eigenen Beobachtungsdaten bestimmten Messwerte.

Für jede Beobachtung sind zunächst das Datum sowie der entsprechende Zeitpunkt angegeben. Daraus wurde die Zeitvariable t in Tagen bestimmt, die als Grundlage für die spätere Periodenanalyse dient. Für jeden der vier Galileischen Monde (Io, Europa, Ganymed und Kallisto) werden anschließend mehrere Größen aufgeführt, die für die Bestimmung der Bahnparameter benötigt werden.

Die Spalten X_{Eph} und Y_{Eph} enthalten die aus den Ephemeridendaten bestimmten Koordinaten der Monde relativ zum Jupiterzentrum. Aus diesen Werten wurde der theoretische Abstand der Monde vom Zentrum des Planeten berechnet. Dieser Ephemeridenabstand dient als Referenzwert für den Vergleich mit den gemessenen Daten.

Parallel dazu wurden aus den eigenen Beobachtungsbildern die Positionen der Monde bestimmt. Dazu wurde zunächst das Zentrum des Jupiters in den Aufnahmen identifiziert und anschließend der Abstand der einzelnen Monde zu diesem Zentrum in Pixeln bestimmt. Diese gemessenen Pixelabstände sind ebenfalls in der Tabelle dokumentiert und bilden die Grundlage für die weitere Auswertung.

Zusätzlich enthält die Tabelle die zugehörigen Unsicherheiten der Messungen sowie die aus den Ephemeridendaten abgeleiteten Vergleichswerte. In einigen Fällen konnten keine zuverlässigen Messwerte bestimmt werden, beispielsweise wenn ein Mond aufgrund der Überstrahlung durch Jupiter nicht sichtbar war oder sich hinter dem Planeten befand. Diese Situationen sind in der Tabelle entsprechend vermerkt.

Im Verlauf der Auswertung wurde außerdem berücksichtigt, auf welcher Seite des Jupiter sich ein Mond befindet. Dazu wurden die ursprünglich berechneten Abstände um ein Vorzeichen ergänzt, sodass zwischen Positionen östlich und westlich des Planeten unterschieden werden kann. Diese vorzeichenbehafteten Abstände ermöglichen es, die Bewegung der Monde entlang ihrer Umlaufbahn darzustellen und daraus die

Umlaufperioden zu bestimmen.

Die Tabelle stellt somit die vollständige Grundlage für die in dieser Arbeit durchgeführten Analysen dar, insbesondere für die Bestimmung der Umlaufzeiten der Galileischen Monde sowie für die grafische Überprüfung des dritten Keplerschen Gesetzes.

Datum	Uhrzeit (LT)	t (Tage)	Mond	X_Eph	Y_Eph	R_pix	σ_R	d_eph	σ_{eph}	d_gem
31.10.2025 (1 Frame)	05:52		0 Io	4,907	-0,086	8,39		1 41,1760524	4,90775356	40,07
			0 Europa	-2,647	0,153	8,39		1 22,245398	2,65141811	nicht sichtbar
			0 Ganymed	1,088	0,408	8,39		1 9,74905003	1,16198451	nicht sichtbar
			0 Kallisto	-26,155	0,172	8,39		1 219,445195	26,1555655	220,78
01.11.2025	03:21:00 Uhr		0,8951 Io	-4,978	0,083	8,41		1 41,8707988	4,9786919	38,87
			0,8951 Europa	-9,021	-0,087	8,41		1 75,8701381	9,02141951	69,76
			0,8951 Ganymed	-9,753	0,304	8,41		1 82,0625654	9,75773667	79,24
			0,8951 Kallisto	-26,15	-0,015	8,41		1 219,921536	26,1500043	218,2
01.11.2025	04:06:00 Uhr		0,9264 Io	-5,296	0,069	8,41		1 44,5431401	5,29644947	41,55
			0,9264 Europa	-8,858	-0,095	8,41		1 74,5000642	8,85850941	71,91
			0,9264 Ganymed	-10,07	0,296	8,41		1 84,7252785	10,0743494	82,03
			0,9264 Kallisto	-26,097	-0,021	8,41		1 219,475841	26,0970084	221,206
03.11.2025 (1 Frame)	04:05:00 Uhr		2,8549 Io	-5,498	-0,049	11		1 60,4804018	5,49821835	45,75
			2,8549 Europa	6,914	0,14	11		1 76,06959	6,91541727	60,17
			2,8549 Ganymed	-9,11	-0,327	11		1 100,274536	9,11586688	76,6
			2,8549 Kallisto	-15,962	-0,399	11		1 175,636847	15,9669861	139,9
03.11.2025 (8 Frames)	02:23:00 Uhr		2,8653 Io	-5,851	-0,012	11		64,3611354		49,1888
			2,8653 Europa	7,653	0,126	11		84,1944089		66,46111
			2,8653 Ganymed	-9,824	-0,312	11		108,118485		83,16222
			2,8653 Kallisto	-16,516	-0,389	11		181,726384		140,141111
03.11.2025 (6 Frames)	02:38:00 Uhr		2,8694 Io	-5,822	-0,018	9		52,3982504		48,3583
			2,8694 Europa	7,552	0,128	9		67,977762		65,055
			2,8694 Ganymed	-9,72	-0,314	9		87,5256344		83,3566667
			2,8694 Kallisto	-16,435	-0,39	9		147,95664		138,54
03.11.2025	2:44 Uhr		2,9257 Io	-5,808	-0,02	9		52,2723099		49,61

(5 Frames)	2,9257 Europa	7,51	0,129	9	67,5999706	64,72
	2,9257 Ganymed	-9,678	-0,315	9	87,1481246	82,814
	2,9257 Kallisto	-16,403	-0,391	9	147,668935	138,7775
06.11.2025 1:48 Uhr (2 Frames)	5,8306 Io	1,815	0,139	8,41	15,3088475	keine Werte A
	5,8306 Europa	8,553	-0,036	8,41	71,9313672	73,551
	5,8306 Ganymed	14,131	0,141	8,41	118,847626	123,698
	5,8306 Kallisto	11,371	-0,534	8,41	95,7355027	99,426
06.11.2025 2:23 Uhr (2 Frames)	5,8549 Io	1,326	0,143	10	13,3368849	Keine Werte A
	5,8549 Europa	8,707	-0,029	10	87,0704829	76,5245
	5,8549 Ganymed	14,023	0,148	10	140,23781	122,8505
	5,8549 Kallisto	11,588	-0,532	10	116,002055	101,7375
06.11.2025 2:40 Uhr (4 Frames)	5,8708 Io	1,085	0,144	10	10,9451405	
	5,8708 Europa	8,776	-0,025	10	87,7603561	76,4625
	5,8708 Ganymed	13,969	0,152	10	139,698269	121,2075
	5,8708 Kallisto	11,693	-0,532	10	117,05096	102,0425
06.11.2025 3:22 Uhr (6 Frames)	5,8958 Io	0,482	0,147	10	5,03917652	Io ist hinter Ju
	5,8958 Europa	8,93	-0,016	10	89,3001433	76,6166667
	5,8958 Ganymed	13,827	0,162	10	138,27949	119,44
	5,8958 Kallisto	11,952	-0,529	10	119,637011	102,57
06.11.2025 3:47 Uhr (6 Frames)	5,9132 Io	0,12	0,147	10	1,89760375	Io ist hinter Ju
	5,9132 Europa	9,011	-0,011	10	90,1100671	76,58
	5,9132 Ganymed	13,738	0,167	10	137,39015	119,711667
	5,9132 Kallisto	12,106	-0,528	10	121,175088	104,4983
06.11.2025 4:15 Uhr (4 Frames)	5,9236 Io	-0,285	0,147	10	3,20677408	Io ist hinter Ju
	5,9236 Europa	9,091	-0,005	10	90,9100137	78,4775
	5,9236 Ganymed	13,635	0,174	10	136,361102	118,9725

	5,9236 Kallisto	12,277	-0,527	10	122,883057	105,845
06.11.2025 4:47 Uhr (6 Frames)	5,9514 Io	-0,747	0,147	10	7,61326474	Io ist hinter Ju
	5,9514 Europa	9,169	0,002	10	91,6900022	78,822
	5,9514 Ganymed	13,513	0,81	10	135,372549	117,438
	5,9514 Kallisto	12,472	-0,525	10	124,830449	107,898
06.11.2025 5:18 Uhr (2 Frames)	5,9764 Io	-1,147	0,145	10	11,5612889	Io ist überstra
	5,9764 Europa	9,226	0,008	10	92,2600347	81,86
	5,9764 Ganymed	13,401	0,187	10	134,023047	118,33
	5,9764 Kallisto	12,642	-0,524	10	126,52855	110,905
21.11.2025 23:18 Uhr (4 Frames)	21,7264 Io	2,302	0,131	14	32,2801416	21,26
	21,7264 Europa	-8,098	0,051	14	113,374248	72,49
	21,7264 Ganymed	-2,351	0,388	14	33,3592269	22,67
	21,7264 Kallisto	3,917	-0,545	14	55,3662636	36,57251
16.12.2025 01:48 Uhr (6 Frames)	21,8306 Io	2,461	-0,131	9	22,1803571	25,181166
	21,8306 Europa	2,475	0,164	9	22,3238483	25,632
	21,8306 Ganymed	-8,934	-0,318	9	80,4569194	85,959
	21,8306 Kallisto	3,732	0,512	9	33,9026165	33,69
28.12.2025 22:36 Uhr (6 Frames)	58,6972 Io	4,913	0,077	11	54,049637	47,9816667
	58,6972 Europa	4,51	-0,124	11	49,6287477	44,8633333
	58,6972 Ganymed	-14,281	0,112	11	157,095831	139,375
	58,6972 Kallisto	26,147	-0,072	11	287,61809	255,233333
28.12.2025 23:08 Uhr (8 Frames)	58,7194 Io	4,639	0,086	11	51,0377679	45,3977778
	58,7194 Europa	4,829	-0,12	11	53,1353984	47,284444
	58,7194 Ganymed	-14,367	0,105	11	158,041221	139,947778
	58,7194 Kallisto	26,145	-0,067	11	287,595944	255,296667

29.12.2025 01:48 Uhr	58,8366 Io	2,967	0,122	10	29,695072	35,4716667
	58,8366 Europa	6,243	0,096	10	62,4373806	68,32166
	58,8366 Ganymed	-14,701	0,069	10	147,011619	136,45
	58,8366 Kallisto	26,108	-0,046	10	261,080405	261,5933

σ_{gem}	x_{mess}	σ_{mess}
0	40,06	0
0	0	0
0	0	0
0	-220,06	0
5	-28,44	0
5	-48,38	0
5	0	0
5	-150,88	0
5		
5	-32,37	0
5	-56,78	0
5	-65,08	0
5	0	0
0	-32,48	
0	50,67	
0	-58,35	
0	-106,78	
0,137	-30,06625	0,09639
0,09512	40,15375	0,1390778
0,17906	-48,9925	0,073819
0,18965	-84,03125	0,08102992
1,5905	-31,393333	0,09972
0,04118772	40,42333	0,04062605
0,131622	-50,40833	0,13977
0,17692	-126,54	0,02754
0,13704	-31,728	0,28123

Mit AtrolImageJ bestimmt

0,11636	40,82	0,28799
0,11111113	-51,218	0,2691356
0,6825	-128,5	0,26884

ufgrund Überstrahlung

0,865	70,255	0,865
0,812	42,8603	0,819
0,224	61,38	0,05

Mit AstroimageJ bestimmt

ufgrund Überstrahlung

0,3945	47,705	0,405
0,09235	75,02235	0,09235
0,8175	66,6285	0,4885

0,15744	49,3725	0,1716
0,334349	76,565	0,0847
0,14779344	68,83	0,02633913

piter

0,41283303	57,958333	1,79235
0,46950328	84,9116667	0,37039
0,48403168	76,8	0,41617304

piter

0,1809604	59,605	0,338159
0,2652	91,9383333	0,37518711
0,37206	83,865	0,40496708

piter

0,62797791	66,7475	0,413951
0,135943	100,045	0,27855655

0,46009963	92,355	0,41385384
------------	--------	------------

pter

0,72946	73,796	0,6834369
0,59809354	108,008	0,47425917
0,29098797	101,586	0,31081506

hlt durch Jupiter

0,1	79,45	0,02
0,037	114,655	0,020788
0,075	108,76	0,09

0,1482	12	0,174
0,230687	-42,39	0,357631
0,293899	-14,04435	0,284032
0,39556658	24,906	0,24295

0,513	22,053	0,1849
0,684	24,003	0,17423
0,399	-73,7	0,28409
0,1876	15,04	0,1963

0,16171477	28,686	0,21156
0,3507294	27,926	0,1985
0,16171477	155,762	0,06044
0,129786	-85,318	0,04745

0,14142884	29,1388889	0,0631
0,25598454	31,8688889	0,11247771
0,05973966	-93,1777	0,104993
0,04690416	168,568889	0,14779344

1,09054854

0,12512838

0,23790755

0,18930428

Einverständniserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die aus anderen Quellen wörtlich oder sinngemäß übernommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Ort, Datum
(Unterschrift)

Heidelberg 02.04.2026 E. Moric