

Fiche-professeur :

Rejoindre la station spatiale internationale en fusée

Classes de 5e et 4e

Markus Nielbock
traduction française : Paola Kiehl

22 janvier 2019

Résumé

Cette fiche d'activité permet aux élèves de découvrir le fonctionnement des fusées qui conduisent les équipages en orbite jusqu'à la station spatiale internationale. La modélisation d'un véritable lancement de fusée est d'une grande complexité et requiert de solides connaissances et de nombreuses années d'études. Nous nous contenterons donc d'introduire ici les concepts de base grâce à des applications simples et schématisées. Ainsi l'équation de Tsiolkovski revêtira-t-elle un rôle central, tandis que d'autres dérivations, relatives aux fusées à étages, feront l'objet d'une élaboration distincte. Nous introduirons également le principe de propulsion au moyen de quelques brefs exemples.

Objectifs

Au travers de cette activité, les élèves pourront :

- se familiariser avec le concept d'impulsion,
- comprendre pourquoi les fusées sont aussi grandes,
- résoudre une équation par itération à l'aide d'un tableur,
- calculer la vitesse finale d'une fusée à un étage.

Matériel

- Fiches de travail (disponibles sur : <http://www.haus-der-astronomie.de/raum-fuer-bildung>)
- Stylo
- Calculatrice
- Logiciel tableur (ex : Excel)

Mots-clés

Station spatiale internationale, ISS, fusée, propulsion, impulsion, force de poussée, densité.

Durée

90 minutes

L'ISS est un programme international qui rassemble actuellement 15 pays (ESA 2013b ; Garcia 2018a). La station sert de laboratoire de recherche et permet ainsi de mener des expériences que certains facteurs comme la gravité terrestre pourraient entraver. L'ISS permet également d'aborder la question de la médecine spatiale afin de préparer au mieux les futures missions au sein du système solaire.

Le lanceur Soyouz-FG (Пакета «Союз-ФГ»)

L'ère des navettes spatiales américaines s'achève avec le dernier décollage d'Atlantis en juillet 2011. Depuis, les lanceurs russes Soyouz sont les seuls véhicules de lancement permettant aux équipages de rejoindre la station spatiale internationale. De nouveaux vols d'essai de vaisseaux habités américains ne sont pas prévus avant le printemps 2019 (Malik 2018). Le modèle Soyouz-FG (Fig. 3) assure systématiquement la relève des équipages de l'ISS depuis 2001 et la grande majorité de ses lancements ont jusqu'à présent été couronnés de succès. Le lanceur Soyouz est un dérivé du missile balistique R-7 Semiorka (Howell 2018b ; Zak 2018), développé depuis 1957. Ce dernier a servi de base pour la quasi-totalité des fusées développées par l'ex-URSS et l'actuelle Russie dans le cadre de son programme d'exploration spatiale.

Si le lanceur Soyouz-FG peut comporter jusqu'à quatre étages en fonction des besoins, seuls trois sont nécessaires pour transporter le vaisseau Soyouz. (Fig. 3). Le véhicule spatial possède son propre système de propulsion qui lui permet conduire les astronautes à près de 400 km en orbite au-dessus de la Terre afin de rejoindre l'ISS.

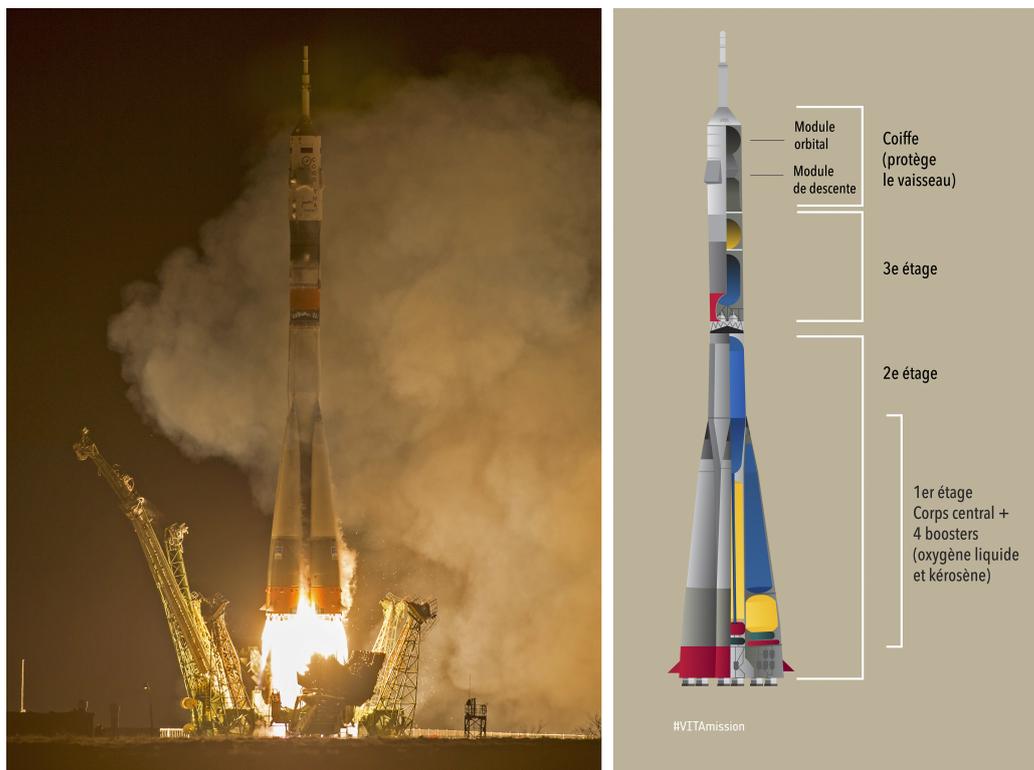


Figure 3 – À gauche, le décollage d'un lanceur Soyouz-FG en direction de l'ISS, le 18 novembre 2016, avec à son bord l'astronaute Thomas Pesquet (NASA/Bill Ingalls, <https://www.flickr.com/photos/nasahqphoto/31064399715> (CC BY-NC-ND 2.0)). À droite : schéma d'un lanceur Soyouz-FG, <https://www.flickr.com/photos/europeanspaceagency/35788717360/in/album-72157684209960351> (ESA, traduction française : P. Kiehl).

Dans cette configuration, le lanceur mesure 49,5 mètres de haut (ESA 2013a) et sa masse de lancement est d'environ 310 tonnes. Il peut transporter jusqu'à 7,4 tonnes de charge utile en orbite terrestre basse (Zak 2017b).

Étages et réacteurs du lanceur Soyouz-FG

Le lanceur Soyouz-FG qui a conduit Alexander Gerst jusqu'à l'ISS est composé de trois étages, chacun doté de ses propres moteurs (NPO Energomash 2017 ; Zak 2017b). Tous sont alimentés par une forme de kérosène raffiné appelée RP-1 (Rocket Propellant 1) (Leitenberger 2013), et par de l'oxygène liquide (LOX, liquid oxygen).

Le premier étage du lanceur est constitué de quatre moteurs RD-107A (boosters) assemblés autour du deuxième étage, ou corps central, de la fusée. Les quatre propulseurs et le moteur RD-108A du corps central s'allument simultanément sur le pas de tir. L'allumage du moteur principal du troisième étage (RD-0110) intervient directement après la séparation du deuxième étage et permet au vaisseau Soyouz d'atteindre les 200 km d'altitude. Le vaisseau rejoindra ensuite, seul, l'orbite de la station spatiale internationale.

Force de poussée d'un moteur-fusée

On connaît déjà le principe de chute libre. On considère un objet de masse m soumis à la force d'attraction gravitationnelle terrestre. En lâchant l'objet, cette force le fait tomber, de plus en plus rapidement, vers la surface de la terre. La modification de la vitesse au cours du temps se nomme accélération. Ce principe est aussi connu sous le nom d'*équation fondamentale de la mécanique* ou *deuxième loi de Newton*. Ainsi :

$$F_g = m \cdot a \quad (1)$$

$$\text{avec : } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2)$$

Cette équation relie donc la force F_g agissant sur m à l'accélération a qu'elle subit. À la surface de la Terre, la force peut être simplifiée par $m \cdot g$, soit g l'accélération de la pesanteur. On suppose qu'à l'équateur ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$).

$$F_g = m \cdot g = m \cdot a \quad (3)$$

Avec l'Eq. 2 on obtient :

$$m \cdot g = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (4)$$

En chute libre, la vitesse de la masse m augmente en fonction du temps Δt de la vitesse Δv , soit de 9,8 m/s. On voit ici qu'en l'absence d'autres forces extérieures (comme la résistance de l'air), la masse m diminue. Ainsi, l'augmentation de la vitesse de l'objet ne dépend pas de la masse, mais seulement de l'accélération de la pesanteur terrestre g .

Un lanceur a pour objectif d'acheminer une charge utile en orbite en luttant contre la gravité terrestre. Cela nécessite ce que l'on appelle une force de propulsion et que l'on écrit F_S (voire F). Cette force de propulsion, ou force de poussée, est générée par l'éjection rapide de gaz issus de la combustion d'un carburant. Ces gaz sont éjectés des réacteurs à une vitesse w . On utilise ici

la lettre w pour distinguer la vitesse des gaz de la vitesse du lanceur. On soustrait la masse du combustible Δm à la masse totale de la fusée.

Le débit massique des gaz éjectés $\mu = \Delta m / \Delta t$ indique la vitesse à laquelle le carburant est consommé et, de fait, l'évolution de la masse du lanceur. Au total, obtient :

$$F = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot w = \mu \cdot w \quad (5)$$

L'unité de poussée correspond à celle d'une force, ainsi : $\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2 = \text{N}$. Pour qu'une fusée décolle, il est nécessaire que $F > F_g$, sachant que la masse de la fusée m_F diminue constamment en fonction de Δt et Δm . La capacité d'une fusée à quitter le sol dépend donc de la masse de lancement de la fusée, du débit massique des gaz éjectés μ et de la vitesse d'éjection des gaz w . Ces deux derniers paramètres caractérisent les différents moteurs utilisés pour les voyages spatiaux.

Impulsion et impulsion spécifique

En mathématiques, l'impulsion p d'un objet est définie comme le produit de sa masse et de sa vitesse.

$$p = m \cdot v \quad (6)$$

En physique, l'impulsion p décrit la quantité de mouvement d'un objet. Un changement d'impulsion Δp ne peut se faire qu'à l'aide d'une force. Réciproquement, l'exercice d'une force par un objet en mouvement s'accompagne d'une modification de l'impulsion. Ainsi :

$$\Delta p = F \cdot \Delta t \Leftrightarrow F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (7)$$

Dans le domaine de l'aéronautique et des moteurs-fusées, on parle d'*impulsion spécifique* I_{sp} . Elle permet de mesurer la force exercée par un moteur en fonction de la quantité de carburant consommée par unité de temps. Ainsi, elle est égale au produit de la poussée moyenne F sur la durée de combustion τ divisée par la masse du combustible brûlé, soit la vitesse moyenne d'éjection des gaz.

$$I_{sp} = \frac{\bar{S} \cdot \tau}{m_{\text{carb}}} \quad (8)$$

$$= \frac{\bar{p}}{m_{\text{carb}}} \quad (9)$$

L' I_{sp} s'exprime donc en m/s. En relisant la définition de l'Eq. 5, on comprend bien que la poussée et que l'impulsion spécifique dépendent des conditions de pression externe, puisque les moteurs luttent justement contre cette pression. Par conséquent, F , I_{sp} et w augmentent en fonction de l'altitude et de la pression atmosphérique.

L'impulsion spécifique se réfère rarement à la masse du gaz, mais plutôt au poids de ce dernier sous l'influence de la gravité g (Messerschmid et Fasoulas 2011). Ainsi, l' I_{sp} s'exprime en unités de temps. On ne tiendra compte que de la définition de l'Eq. 8.

$$I_{sp}^* = \frac{\bar{S} \cdot \tau}{m_{\text{carb}} \cdot g} \quad (10)$$

Équation de Tsiolkovsky

L'équation de Tsiolkovsky – équation de base publiée en 1903 par le pionnier de l'aéronautique Konstantin Tsiolkovsky – concerne le mouvement d'un lanceur à un étage qui n'est soumis à aucune force extérieure. On peut la rapprocher de deux principes équivalents : celui de l'équation fondamentale de la mécanique, ou équation de Newton, et celui de la loi de conservation de la quantité de mouvement.

L'équation fondamentale de la mécanique permet d'établir une équation de mouvement pour un lanceur de poussée F à partir de l'Eq. 5.

$$F = m \cdot a \Leftrightarrow F = m_F \cdot a_F \quad (11)$$

Dans ce cas, m_F dépend du temps t , car lors de l'allumage des moteurs, le carburant brûle à un débit de $\mu = \Delta m / \Delta t$. Si l'on suppose que F est constant (ce qui, en réalité, n'est jamais le cas), l'accélération augmente avec le temps. Ainsi :

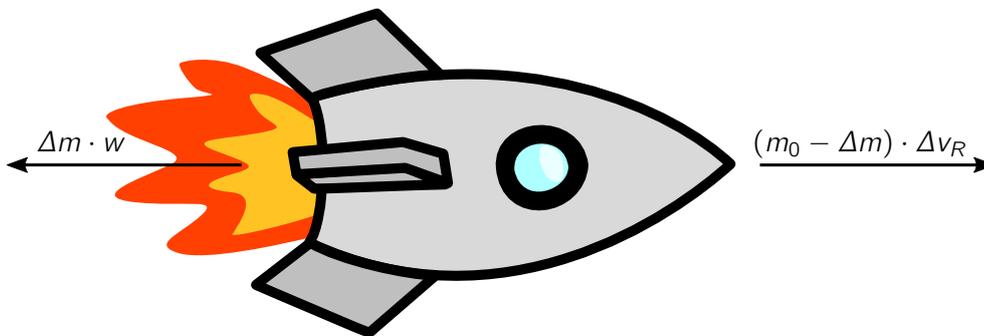
$$\mu \cdot w = (m_0 - \mu \cdot t) \cdot a_R(t) \quad (12)$$

Soit m_0 la masse du lanceur avant combustion. Ainsi, lorsque Δt se modifie légèrement :

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot w = (m_0 - \Delta m) \cdot \frac{\Delta v_R}{\Delta t} \quad (13)$$

$$\Leftrightarrow \Delta m \cdot w = (m_0 - \Delta m) \cdot \Delta v_R \quad (14)$$

$$\Leftrightarrow \Delta v_R = \frac{\Delta m}{m_0 - \Delta m} \cdot w \quad (15)$$



Dans l'Eq. 14, on observe la conservation des impulsions. Si $\Delta m = \mu \cdot \Delta t$ est suffisamment faible, il est possible de calculer le changement de vitesse du lanceur pour des valeurs connues de μ et w à l'aide de l'Eq. 15. Ainsi, grâce à la méthode d'Euler, on peut calculer une approximation de la vitesse finale d'une fusée.

Afin d'obtenir le résultat exact, on calcule une intégrale en considérant $v(t) = \int a(t) dt$ à partir de l'Eq. 12. On suppose que μ et w sont constants.

$$v_R(t) = \int_{t_0}^{t_1} a(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} \frac{\mu \cdot w}{m_0 - \mu \cdot t} dt = -w \cdot \int_{t_0}^{t_1} \frac{-\mu}{-\mu \cdot t + m_0} dt \quad (16)$$

Avec $\frac{d}{dx} \ln(a \cdot x + b) = \frac{a}{a \cdot x + b}$ on obtient :

$$[v_R(t)]_{t_0}^{t_1} = -w \cdot [\ln(m_0 - \mu \cdot t)]_{t_0}^{t_1} \quad (17)$$

$$\Leftrightarrow v_R(t_1) - v_R(t_0) = \Delta v_R = -w [\ln(m_0 - \mu \cdot t_1) - \ln(m_0 - \mu \cdot t_0)] \quad (18)$$

$$\Leftrightarrow \Delta v_R \stackrel{t_0=0}{\underset{\mu \cdot t_1 = m_{\text{carb}}}{=}} -w \cdot [\ln(m_0 - m_{\text{carb}}) - \ln(m_0)] \quad (19)$$

$$\Leftrightarrow \Delta v_R \stackrel{m_C = m_0 - m_{\text{carb}}}{=} -w \cdot \ln\left(\frac{m_C}{m_0}\right) \quad (20)$$

$$\Leftrightarrow \Delta v_R = w \cdot \ln\left(\frac{m_0}{m_C}\right) \quad (21)$$

Soit m_0 la masse totale de la fusée avant combustion et m_C la masse de la fusée après combustion. On observe que le changement de vitesse dépend du logarithme naturel du rapport de masse avant et après l'allumage du moteur. Ainsi, une augmentation de la vitesse engendre la consommation d'une quantité excessive de carburant ; une fusée plus grande et plus massive est alors nécessaire. Par exemple, un lanceur dont le rapport de masse est de quatre nécessite six fois plus de carburant pour doubler sa vitesse finale.

Fiche d'activité : fonctionnement d'une fusée

Fiche du professeur : prérequis à la pratique de l'activité

- Lire attentivement la partie contexte. Pour plus d'informations, se reporter aux dernières pages du document.
- Se familiariser avec les fiches d'exercices et prévoir le nombre requis de photocopies.
- Prévoir l'utilisation de la calculatrice ainsi que l'accès au logiciel Excel sur ordinateur ; familiariser l'élève avec un tableur.
- Prérequis théoriques : les élèves auront les notions de base de la mécanique (équations fondamentales, notions d'impulsion et de force)

Compte tenu de la complexité du sujet, on considérera ce document comme une première introduction aux concepts fondamentaux de la propulsion spatiale ; on calculera la vitesse finale du lanceur par la conversion du carburant en énergie cinétique ; on formulera des hypothèses simplifiées et les forces externes seront laissées de côté. Un prolongement sur la fusée à étages et sur l'influence de la gravité fera l'objet d'une prochaine fiche d'activité.

Proposition d'introduction

Pour introduire le sujet, on interrogera les élèves sur leurs connaissances et leur compréhension des voyages spatiaux. Quelques pistes : nommer quelques astronautes, en l'occurrence un astronaute français ; préciser comment les astronautes se rendent à la station spatiale internationale ; expliquer le fonctionnement d'un lanceur. On mettra à profit la très belle vidéo filmée depuis l'ISS et diffusée en direct et en continu sur la chaîne Youtube de la NASA :

https://www.youtube.com/watch?v=dVTzaXmYm_s

Enfin, on abordera le principe de propulsion, notion centrale du chapitre. On focalisera l'attention des élèves sur des exemples simples et concrets comme celui du ballon de baudruche dont on laisse s'échapper l'air : le ballon se propulse alors dans la pièce à la manière d'une fusée.

En fonction de l'âge et du niveau des élèves, on peut réaliser en classe un lâcher de ballons de baudruche puis demander aux élèves de formuler leurs observations et leurs explications du phénomène de propulsion.

Pour approfondir la question du fonctionnement des lanceurs Soyuz qui ont transporté l'astronaute français Thomas Pesquet, on se reportera à la vidéo explicative suivante :

<https://www.youtube.com/watch?v=wE1cIyeMixk>

On trouvera ici quelques idées d'activités expérimentales :

http://eduscol.education.fr/ressources_physique-chimie_TS (Propulsion à air par réaction)

<http://phymain.unisciel.fr/un-ballon-a-reaction/>

<https://www.fondation-lamap.org/fr/page/11626/la-voiture-a-air>

Pour un meilleur aperçu des modèles de lanceurs et de leur exploitation, on consultera le site Arianespace qui propose une brochure explicative très complète :

http://www.arianespace.com/wp-content/uploads/2017/12/Brochure-Arianespace-2017-FR_12-19-2017.pdf

Les élèves peuvent également construire leur propre fusée d'eau. Ce projet se veut interdisciplinaire et suppose une certaine interaction entre les matières scientifiques et technologiques. Il existe de nombreux guides de construction avec différents niveaux de difficulté.

<https://www.planete-sciences.org/espace/Activites/Fusee-a-eau/Construire-une-fusee-a-eau>

<https://www.latoilescoute.net/fusees-a-eau>

Vous trouverez ici une courte vidéo qui commente le décollage d'un lanceur Soyouz.

<https://www.youtube.com/watch?v=xsTEOXn-nlU>

Enfin, l'équation [15] page 6 vous permettra d'aborder l'équation de Tsiolkovski avec les élèves.

Poussée et carburant

1. Lancer de poids

Un athlète olympique propulse un poids de 7,257 kg à une vitesse 14 m/s. Calculez la force de poussée.

2. Moteur-fusée

Le lanceur russe Soyouz-FG qui a transporté Thomas Pesquet jusqu'à la station spatiale internationale comporte trois étages qui possèdent chacun leurs propres moteurs. Le premier étage du lanceur est constitué de quatre moteurs RD-107A (boosters) assemblés autour du corps central de la fusée. Au lancement, ils génèrent une poussée totale de $F = 4146400$ N et la vitesse d'éjection des gaz est de $w = 2580$ m/s (Zak 2017b). Calculez le débit de carburant μ .

3. Réservoirs du lanceur et carburant

Le deuxième étage du lanceur Soyouz-FG comporte un moteur RD-108A qui consomme un mélange de kérosène et d'oxygène liquide (LOX, liquid oxygen) et qui génère une poussée de $F = 792650$ N dans un rapport volumique de 1 :2,43. Sur une durée de combustion de 280 s, la vitesse d'éjection des gaz est de $w = 2525$ m/s en moyenne. Calculez μ .

Calculez à présent la quantité de kérosène et d'oxygène (en kg) consommée lors de la combustion. Quelle est la masse totale du carburant ?

Il s'agit à présent de calculer la taille des réservoirs de kérosène et d'oxygène liquide. Souvenez-vous de la formule qui permet de calculer la densité d'une substance, ici d'un liquide. On peut supposer que les densités des deux substances sont respectivement de $\rho_{\text{Ker}} = 830$ kg/m³ et de $\rho_{\text{LOX}} = 1144$ kg/m³ (Uffrecht et Poppe 2002, p. 86). Calculez les volumes de kérosène et d'oxygène liquide.

Calculez la hauteur que doivent atteindre les différents réservoirs du lanceur. Puisque ces derniers sont de forme cylindrique, il vous faut savoir calculer le volume d'un cylindre. Par souci de proportionnalité, le diamètre des réservoirs ne peut dépasser les 2,2 m. Quelle devrait-être la hauteur des réservoirs ?

Calculez le rapport entre la hauteur des réservoirs et la hauteur du lanceur (27,1 m).

Vitesse finale d'une fusée à un étage

Prenons le cas d'une fusée à un étage, qui n'est affectée par aucune force. Ainsi, on suppose que :

1. le lanceur n'est pas affecté par des forces extérieures telles que la gravité ou la friction atmosphérique,
2. le lanceur consomme l'ensemble du carburant en une seule combustion.

Le lanceur possède les caractéristiques suivantes :

| Caractéristiques | Symboles | Valeur |
|------------------------------|----------|----------|
| Masse totale de la fusée | m_0 | 320 t |
| Masse de la structure à vide | m_C | 20 t |
| Impulsion spécifique | w | 2800 m/s |
| Durée de combustion | τ | 600 s |

À partir de ces données, calculez la masse du carburant m_{carb} , le débit de carburant μ et la poussée F .

1. Méthode d'Euler

En raison de l'accélération, la vitesse du lanceur est en constante augmentation.

Question : Pourquoi n'est-il pas possible de calculer précisément la vitesse finale d'une fusée grâce à l'Eq. 15 ?

Avant d'utiliser cette équation, on fractionne la durée de combustion en petites étapes individuelles. On peut ainsi donner une estimation très précise de la vitesse finale du lanceur. Examinons ce principe. Dans un premier temps, il vous faut créer trois tableaux de ce type :

| Étapes | Masse de la fusée m_0 (kg) | Masse après combustion m_C (kg) | Augmentation de la vitesse Δv_F (m/s) | Vitesse finale v_F (m/s) |
|--------|------------------------------------|---|---|----------------------------------|
| 0 | 320000 | - | 0 | 0 |

L'étape 0 permet d'entrer les paramètres de lancement ; la fusée est alors immobile. Par conséquent, rien ne doit figurer dans la colonne *Masse après combustion*.

Numérotez les étapes dans la colonne de gauche.

Dans chaque tableau, calculez la masse de carburant éjecté Δm . Pour ce faire, il suffit de diviser la masse totale de carburant par le nombre d'étapes du tableau. Le tableau 1 ne comporte qu'une seule étape ; ainsi, on écrit :

$$\Delta m = \frac{m_{\text{carb}}}{\text{Nombre d'étapes}} = \frac{m_0 - m_C}{1} = 300 \text{ t} = 300000 \text{ kg} \quad (22)$$

Calculez les valeurs de l'étape 1. Dans le tableau, la masse de la fusée correspond toujours à la masse après combustion. Là encore, l'étape 0 permet d'entrer les paramètres de lancement ; la masse de la fusée reste constante. Calculez la masse après combustion m_C . N'oubliez pas qu'à chaque étape, Δm de combustible est consommée.

Question : Pourquoi la masse restante de la fusée n'est-elle pas nulle ?

À l'aide de l'Eq. 15, calculez le changement de vitesse Δv_F de la fusée. On obtient la vitesse finale d'une étape en additionnant Δv_F à v_F de l'étape précédente. Dans le premier tableau, $\Delta v_F = v_F$ puisque v_F était jusqu'alors nulle.

Répétez ces opérations dans les deux autres tableaux en prenant garde aux valeurs de Δm . Calculez chaque étape séparément.

Question : En petits groupes, observez les différentes vitesses finales de la fusée et discutez de ce qui pourrait causer de telles variations.

Question : Comment le nombre d'étapes influence-t-il la vitesse finale de la fusée ?

2. Méthode d'Euler sur Excel

Recréez le tableau du 1. sur Excel en déterminant cette fois-ci un nombre d'étapes beaucoup plus important (30, 60, 150) . En petits groupes, discutez du nombre d'étapes que vous avez choisi.

Question : Comparez vos résultats avec ceux de vos camarades de classe. Que remarquez-vous ?

Cherchez la vitesse à laquelle l'ISS orbite autour de la Terre, puis comparez cette valeur à la vitesse de la fusée.

Contrôle des connaissances et conclusion

En plus des réponses correctes et des résultats obtenus par chaque élève, un contrôle de connaissances supplémentaire peut être réalisé à l'aide d'un jeu. *Kahoot* est une plate-forme interactive en ligne qui permet à l'enseignant d'élaborer un quiz auquel les élèves répondent sur leur smartphone. Des statistiques, comme le nombre de bonnes réponses par question, sont disponibles sur l'interface enseignant et peuvent être présentées à la classe sous forme de graphique. Pour un suivi plus personnalisé, il est possible de voir les réponses individuelles de chaque élève.

<https://create.kahoot.it/register>

Solutions

Poussée et carburant

1. Lancer de poids

$$\begin{aligned} F &= \mu \cdot w \\ &= \frac{\Delta m}{\Delta t} w \\ &= \frac{7,257 \text{ kg}}{1 \text{ s}} \cdot 14 \text{ m/s} \\ &= 101,6 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

2. Moteur-fusée

$$\begin{aligned} F &= \mu \cdot w \\ \Leftrightarrow \mu &= \frac{F}{w} \\ &= \frac{4146400 \text{ N}}{2580 \text{ m/s}} \\ &= 1607,1 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Le moteur éjecte 1607,1 kg de carburant par seconde.

3. Réservoirs du lanceur et carburant

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{F}{w} \\ &= \frac{792650 \text{ N}}{2525 \text{ m/s}} \\ &= 313,9 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \end{aligned}$$

On calcule la masse totale de carburant en multipliant le débit de carburant μ par la durée de combustion τ .

$$m_{\text{carb}} = \mu \cdot \tau = 313,9 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 280 \text{ s} = 87897,8 \text{ kg} = 87,9 \text{ t}$$

La masse du kérosène et de l'oxygène liquide s'ajoute à la masse totale du carburant : $m_{\text{carb}} = m_{\text{Ker}} + m_{\text{LOX}}$. Ainsi, le rapport de mélange du kérosène et de l'oxygène liquide :

$$\frac{V_{\text{Ker}}}{V_{\text{LOX}}} = \frac{1}{2,43}$$

Avec :

$$V = \frac{m}{\rho}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{Ker}}}{V_{\text{LOX}}} &= \frac{1}{2,43} \\ \Leftrightarrow \frac{m_{\text{Ker}} \cdot \rho_{\text{LOX}}}{m_{\text{LOX}} \cdot \rho_{\text{Ker}}} &= \frac{1}{2,43} \\ \Leftrightarrow \frac{m_{\text{Ker}}}{m_{\text{LOX}}} &= \frac{\rho_{\text{Ker}}}{\rho_{\text{LOX}}} \cdot \frac{1}{2,43} \\ \Leftrightarrow m_{\text{Ker}} &= \frac{\rho_{\text{Ker}}}{\rho_{\text{LOX}}} \cdot \frac{m_{\text{LOX}}}{2,43} \end{aligned}$$

Puis on a :

$$\begin{aligned} m_{\text{carb}} &= m_{\text{LOX}} + m_{\text{Ker}} = m_{\text{LOX}} + \frac{\rho_{\text{Ker}}}{\rho_{\text{LOX}}} \cdot \frac{m_{\text{LOX}}}{2,43} = m_{\text{LOX}} \cdot \left(1 + \frac{\rho_{\text{Ker}}}{\rho_{\text{LOX}}} \cdot \frac{1}{2,43} \right) \\ \Leftrightarrow m_{\text{LOX}} &= \frac{m_{\text{carb}}}{\left(1 + \frac{\rho_{\text{Ker}}}{\rho_{\text{LOX}}} \cdot \frac{1}{2,43} \right)} \end{aligned}$$

Avec $\rho_{\text{Ker}} = 830 \text{ kg/m}^3$ et $\rho_{\text{LOX}} = 1144 \text{ kg/m}^3$ on obtient :

$$\begin{aligned} m_{\text{LOX}} &= \frac{87897,8 \text{ kg}}{\left(1 + \frac{830 \text{ kg/m}^3}{1144 \text{ kg/m}^3} \cdot \frac{1}{2,43} \right)} \\ &= \frac{87897,8 \text{ kg}}{1,299} = 67688,2 \text{ kg} = 67,7 \text{ t} \end{aligned}$$

$$m_{\text{Ker}} = m_{\text{carb}} - m_{\text{LOX}} = 87897,8 \text{ kg} - 67688,2 \text{ kg} = 20209,6 \text{ kg} = 20,2 \text{ t}$$

Ainsi, on a : $\rho_{\text{Ker}} = 830 \text{ kg/m}^3$ et $\rho_{\text{LOX}} = 1144 \text{ kg/m}^3$ (volume de kérosène et d'oxygène liquide).

$$V_{\text{Ker}} = \frac{m_{\text{Ker}}}{\rho_{\text{Ker}}} = \frac{20209,6 \text{ kg}}{830 \text{ kg/m}^3} = 24,349 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{LOX}} = \frac{m_{\text{LOX}}}{\rho_{\text{LOX}}} = \frac{67688,2 \text{ kg}}{1144 \text{ kg/m}^3} = 59,168 \text{ m}^3$$

Astuce : Il est possible d'inverser le calcul : on détermine d'abord les volumes, puis les masses.

On suppose que les réservoirs sont des cylindres d' $r = 1,1$ m de rayon. Avec la hauteur h , on calcule le contenu volumique d'un cylindre ainsi :

$$V_{\text{Cyl}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{V_{\text{Cyl}}}{\pi \cdot r^2}$$

Soit la hauteur des deux réservoirs :

$$h_{\text{Ker}} = \frac{V_{\text{Ker}}}{\pi \cdot r^2} = \frac{24,349 \text{ m}^3}{\pi \cdot (1,1 \text{ m})^2} = 6,4 \text{ m}$$

$$h_{\text{LOX}} = \frac{V_{\text{LOX}}}{\pi \cdot r^2} = \frac{59,168 \text{ m}^3}{\pi \cdot (1,1 \text{ m})^2} = 15,6 \text{ m}$$

Les deux réservoirs mesurent 22,0 m de hauteur. Les raccords entre les étages de la fusée et le moteur mesurent donc environ 5 mètres.

Vitesse finale d'une fusée à un étage

$$m_{\text{carb}} = m_0 - m_C = 320 \text{ t} - 20 \text{ t} = 300 \text{ t}$$

$$\mu = \frac{m_{\text{carb}}}{\tau} = \frac{300 \text{ t}}{600 \text{ s}} = 0,5 \frac{\text{t}}{\text{s}} = 500 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$F = \mu \cdot w = 500 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 2800 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1400000 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

1. Méthode d'Euler

Question : Pourquoi n'est-il pas possible de calculer précisément la vitesse finale d'une fusée grâce à l'Eq. 15 ?

On écrit :

$$\Delta v_R = \frac{\Delta m}{m_0 - \Delta m} \cdot w$$

Puisque que l'on considère ici la différence de masse de la fusée entre l'allumage et la fin de la combustion, la vitesse déterminée doit être une valeur moyenne. La vitesse du lanceur devrait donc rester stable durant toute la phase de combustion, ce qui est bien évidemment impossible, puisque la fusée subit alors une accélération constante.

Cette équation permet toutefois d'obtenir une approximation de la vitesse finale réelle. Pour cela, Δm doit être suffisamment faible et le processus de combustion fractionné en de nombreuses étapes.

Tableau 1

$$\Delta m = \frac{m_{\text{carb}}}{\text{Nombre d'étapes}} = \frac{300000 \text{ kg}}{1} = 300000 \text{ kg}$$

| Étapes | Masse de la fusée m_0 (kg) | Masse après combustion m_C (kg) | Augmentation de la vitesse Δv_F (m/s) | Vitesse finale v_F (m/s) |
|--------|------------------------------------|---|---|----------------------------------|
| 0 | 320000 | – | 0 | 0 |
| 1 | 320000 | 20000 | 42000 | 42000 |

Question : Pourquoi la masse restante de la fusée n'est-elle pas nulle ?

La masse restante après combustion correspond à la masse de la structure à vide.

Tableau 2

$$\Delta m = \frac{m_{\text{carb}}}{\text{Nombre d'étapes}} = \frac{300000 \text{ kg}}{3} = 100000 \text{ kg}$$

| Étapes | Masse de la fusée m_0 (kg) | Masse après combustion m_C (kg) | Augmentation de la vitesse Δv_F (m/s) | Vitesse finale v_F (m/s) |
|--------|------------------------------------|---|---|----------------------------------|
| 0 | 320000 | – | 0 | 0 |
| 1 | 320000 | 220000 | 1273 | 1273 |
| 2 | 220000 | 120000 | 2333 | 3606 |
| 3 | 120000 | 20000 | 14000 | 17606 |

Tableau 3

$$\Delta m = \frac{m_{\text{carb}}}{\text{Nombre d'étapes}} = \frac{300000 \text{ kg}}{5} = 60000 \text{ kg}$$

| Étapes | Masse de la fusée m_0 (kg) | Masse après combustion m_C (kg) | Augmentation de la vitesse Δv_F (m/s) | Vitesse finale v_F (m/s) |
|--------|------------------------------------|---|---|----------------------------------|
| 0 | 320000 | – | 0 | 0 |
| 1 | 320000 | 260000 | 646 | 646 |
| 2 | 260000 | 200000 | 840 | 1486 |
| 3 | 200000 | 140000 | 1200 | 2686 |
| 4 | 140000 | 80000 | 2100 | 4786 |
| 5 | 80000 | 20000 | 8400 | 13186 |

Question : En petits groupes, observez les différentes vitesses finales de la fusée et discutez de ce qui pourrait causer de telles variations.

La vitesse diminue proportionnellement au nombre d'étapes. Les multiples étapes fractionnent la vitesse croissante de la fusée dont l'accélération est assez lente. En une seule étape, on surestime largement l'augmentation de la vitesse.

Question : Comment le nombre d'étapes influence-t-il la vitesse finale de la fusée ?

Les différences diminuent proportionnellement au nombre d'étapes de calcul. Plus le nombre d'étapes augmente, plus on se rapproche d'une valeur fixe.

2. Méthode d'Euler sur Excel

Voici les solutions pour les tableaux de 30, 60 et 150 étapes.

Table 1 – Vitesse finale de la fusée après 30, 60 et 150 étapes.

| Étapes | Vitesse finale (m/s) |
|--------|----------------------|
| 30 | 8476 |
| 60 | 8106 |
| 150 | 7897 |

À titre d'exemple, un tableau de 30 étapes :

| | A | B | C | D | E |
|----|-----------------------------------|-------------------|------------------------|----------------------------|----------------|
| 1 | Masse totale de la fusée : | | 320 t | | |
| 2 | Masse de la structure à vide : | | 20 t | | |
| 3 | Impulsion spécifique : | | 2800 m/s | | |
| 4 | Durée de combustion : | | 600 s | | |
| 5 | Quantité de carburant consommée : | | 500 kg/s | | |
| 6 | | | | | |
| 7 | Étapes : | | 30 | | |
| 8 | Graduation : | | 10,0 t | | |
| 9 | | | | | |
| 10 | | | | | |
| 11 | | | | | |
| 12 | | Masse de la fusée | Masse après combustion | Augmentation de la vitesse | Vitesse finale |
| 13 | Étapes | (kg) | (kg) | (m/s) | (m/s) |
| 14 | 0 | 320000 | -- | 0 | 0 |
| 15 | 1 | 320000 | 310000 | 90 | 90 |
| 16 | 2 | 310000 | 300000 | 93 | 184 |
| 17 | 3 | 300000 | 290000 | 97 | 280 |
| 18 | 4 | 290000 | 280000 | 100 | 380 |
| 19 | 5 | 280000 | 270000 | 104 | 484 |
| 20 | 6 | 270000 | 260000 | 108 | 592 |
| 21 | 7 | 260000 | 250000 | 112 | 704 |
| 22 | 8 | 250000 | 240000 | 117 | 820 |
| 23 | 9 | 240000 | 230000 | 122 | 942 |
| 24 | 10 | 230000 | 220000 | 127 | 1069 |
| 25 | 11 | 220000 | 210000 | 133 | 1203 |
| 26 | 12 | 210000 | 200000 | 140 | 1343 |
| 27 | 13 | 200000 | 190000 | 147 | 1490 |
| 28 | 14 | 190000 | 180000 | 156 | 1646 |
| 29 | 15 | 180000 | 170000 | 165 | 1810 |
| 30 | 16 | 170000 | 160000 | 175 | 1985 |
| 31 | 17 | 160000 | 150000 | 187 | 2172 |
| 32 | 18 | 150000 | 140000 | 200 | 2372 |
| 33 | 19 | 140000 | 130000 | 215 | 2587 |
| 34 | 20 | 130000 | 120000 | 233 | 2821 |
| 35 | 21 | 120000 | 110000 | 255 | 3075 |
| 36 | 22 | 110000 | 100000 | 280 | 3355 |
| 37 | 23 | 100000 | 90000 | 311 | 3666 |
| 38 | 24 | 90000 | 80000 | 350 | 4016 |
| 39 | 25 | 80000 | 70000 | 400 | 4416 |
| 40 | 26 | 70000 | 60000 | 467 | 4883 |
| 41 | 27 | 60000 | 50000 | 560 | 5443 |
| 42 | 28 | 50000 | 40000 | 700 | 6143 |
| 43 | 29 | 40000 | 30000 | 933 | 7076 |
| 44 | 30 | 30000 | 20000 | 1400 | 8476 |

Figure 4 – Tableau Excel permettant de déterminer la vitesse finale de la fusée en 30 étapes

Question : En petits groupes, observez les différentes vitesses finales de la fusée et discutez de ce qui pourrait causer de telles variations.

Après comparaison, on observe que plus le nombre d'étape augmente, plus les différences se font rares.

Question : Comment le nombre d'étapes influence-t-il la vitesse finale de la fusée ?

Il s'agit d'obtenir un résultat exact ; avec l'Eq. 21 on obtient 7763 m/s.

Si la vitesse de la station spatiale internationale varie, elle est généralement de l'ordre de 7km/s.
Pour consulter la vitesse orbitale actuelle de l'ISS :

<https://www.n2yo.com/?s=25544>

La fusée pourrait ainsi quasiment atteindre la vitesse de l'ISS.

Références

- ESA (2013a). *Facts about the Soyuz*. magistra. url : https://www.esa.int/Our_Activities/Human_Spaceflight/MagISStra/Facts_about_the_Soyuz (visité le 08/08/2018).
- (2013b). *International Space Station legal framework*. European Space Agency. url : https://www.esa.int/Our_Activities/Human_Spaceflight/International_Space_Station/International_Space_Station_legal_framework (visité le 16/07/2018).
- (2014). *ISS : International Space Station*. European Space Agency. url : https://www.esa.int/Our_Activities/Human_Spaceflight/International_Space_Station/ISS_International_Space_Station (visité le 13/07/2018).
- Garcia, Mark (2018a). *20 Years Ago : Space Station Partners Sign Intergovernmental Agreement*. NASA. url : <http://www.nasa.gov/feature/20-years-ago-station-partners-sign-intergovernmental-agreement-iga> (visité le 16/07/2018).
- (2018b). *International Space Station Facts and Figures*. NASA. url : <http://www.nasa.gov/feature/facts-and-figures> (visité le 13/07/2018).
- Howell, Elizabeth (2018a). *International Space Station : Facts, History & Tracking*. Space.com. url : <https://www.space.com/16748-international-space-station.html> (visité le 13/07/2018).
- (2018b). *Soyuz Rocket : Russia's Reliable Booster*. Space.com. url : <https://www.space.com/40282-soyuz-rocket.html> (visité le 08/08/2018).
- Leitenberger, Bernd (2013). *US-Trägerraketen*. 1^{re} éd. Edition Raumfahrt. Norderstedt, Germany : BoD - Books on Demand. 684 p. isbn : 978-3-7322-3710-4. url : <http://www.raumfahrtbuecher.de/us-traegerraketen.shtml>.
- Loff, Sarah (2015). *Dec. 6, 1998, International Space Station Assembly Begins*. NASA. url : <http://www.nasa.gov/content/fifteen-years-ago-international-space-station-assembly-begins> (visité le 18/07/2018).
- Malik, Tariq (2018). *These 9 Astronauts Will Fly the 1st Flights on SpaceX and Boeing Spaceships*. Space.com. url : <https://www.space.com/41371-spacex-boeing-crewed-test-flight-astronauts.html> (visité le 08/08/2018).
- Messerschmid, Ernst et Stefanos Fasoulas (2011). *Raumfahrtsysteme*. 4^e éd. Eine Einführung mit Übungen und Lösungen. Heidelberg, Germany : Springer-Verlag. 603 p. isbn : 978-3-642-12816-5.
- NPO Energomash (2017). *RD-107/108 Classic Engines for the first and second stages of "Soyuz" LVs family*. RD-107/108. url : <http://engine.space/eng/dejatelnost/engines/rd-107-108/> (visité le 07/08/2018).
- Sputnik (2016). *ISS' Life Span Could Extend Into 2028 - Space Corporation Energia Director*. url : <https://sputniknews.com/russia/201611151047447591-russia-iss-rsc-lifespan/> (visité le 12/07/2018).
- Uffrecht, Ulrich et Torsten Poppe (2002). *Himmelsmechanik und Raumfahrt*. 1^{re} éd. Lambacher Schweizer - Themenheft. Stuttgart : Ernst Klett Verlag. 126 p. isbn : 3-12-732511-8.

- Ulmer, Kenneth (2015). *NASA, Boeing Extend International Space Station Contract*. MediaRoom. url : <http://boeing.mediaroom.com/2015-09-29-NASA-Boeing-Extend-International-Space-Station-Contract> (visité le 12/07/2018).
- Zak, Anatoly (2017a). *After a Decade of Delays, Russia's ISS Module Faces Even More Problems*. Popular Mechanics. url : <https://www.popularmechanics.com/space/satellites/a25773/mlm-delayed-russia/> (visité le 11/07/2018).
- (2017b). *Soyuz-FG*. Soyuz-FG's long road to retirement. Avec la coll. d'Alain Chabot. url : <http://www.russianspaceweb.com/soyuz-fg.html> (visité le 07/08/2018).
- (2018). *The Soyuz rocket family*. The R-7 family of launchers. url : http://www.russianspaceweb.com/soyuz_lv.html (visité le 08/08/2018).

Remerciements

L'auteur tient à remercier Matthias Penselin, Florian Seitz et Martin Wetz pour leurs précieux conseils et leurs suggestions avisées, ainsi que Volker Kratzenberg-Annies pour l'excellence de son travail de révision. Merci également à Faustine Cantalloube pour la relecture.

Ces ressources pédagogiques ont été élaborées dans le cadre du projet *Raum für Bildung* de la Haus der Astronomie à Heidelberg. D'autres documents en français et en allemand sont disponibles sur :

<http://www.haus-der-astronomie.de/raum-fuer-bildung> et <http://www.dlr.de/next>

Ce projet a été élaboré en coopération avec le *Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt* (Centre allemand pour l'aéronautique et l'astronautique) avec le soutien de la Fondation Joachim Herz.

