

Handreichung für Lehrpersonen:

Astronautentraining unter Wasser

Klassen 9-11

Markus Nielbock

2. Mai 2019

Zusammenfassung

Der Auftrieb sowie das Archimedische Prinzip erscheinen oft als etwas abstrakte Konzepte. Das Unterwasser-Training der ISS-Besatzungen für Außenbordeinsätze bietet einen spannenden Ansatz, um sich mit dem Phänomenen des Auftriebs näher zu beschäftigen. Um einen Schwebezustand im Wasser zu erreichen, müssen die Anzüge mit Gewichten und Auftriebskörpern bestückt werden. Daher ermöglicht diese Aktivität den Schülerinnen und Schülern, durch Aufgaben und Experimente das Wechselspiel zwischen Gewichtskraft und Auftriebskraft zu erforschen.

Lernziele

Die Schülerinnen und Schüler

- messen das Gewicht und das Volumen eines Körpers,
- bringen den Körper im Experiment durch geeignete Maßnahmen unter Wasser zum Schweben,
- berechnen Gewichts- und Auftriebskraft in verschiedenen Beispielen.

Materialien

- Arbeitsblätter (erhältlich unter <http://www.haus-der-astronomie.de/raum-fuer-bildung>)
- Stift, Taschenrechner
- Transparenter Behälter mit Wasser (ca. 15 l, ca. 25 cm hoch)
- Styroporkugel (Durchmesser bis ca. 5 cm)
- Haken, möglichst mit Gewinde
- Gewichte (z. B. Schrauben, Muttern, Büroklammern), Kneifzange oder Seitenschneider (nur unter Aufsicht von Lehrkräften)
- Digitale Küchenwaage (Genauigkeit ca. 0,1 g)

Stichworte

Raumstation, ISS, EVA, Raumanzug, Auftrieb, hydrostatischer Druck, Archimedisches Prinzip

Dauer

120 Minuten

Hintergrund

Die Internationale Raumstation



Abbildung 1: Die ISS im Jahre 2011 (Bild: NASA).

Seit 1998 wird die Internationale Raumstation (ISS, Abb. 1) aufgebaut (Löff 2013) und mittels einzelner Module (Abb. 2) ständig erweitert (Zak 2017). Seit 2000 befinden sich in ununterbrochener Reihenfolge Besatzungen an Bord der ISS (DLR 2018). Ihr Betrieb ist bis mindestens 2024 vorgesehen, wahrscheinlich aber bis 2028 bzw. 2030 möglich (Foust 2018; Sputnik 2016; Ulmer 2015). Die gesamte Struktur hat eine Masse von 420 t. Sie ist 109 m lang, 73 m breit (Garcia 2016) und 45 m hoch (ESA 2014). Auf einer Bahnhöhe von etwa 400 km benötigt die ISS für eine Erdumrundung ungefähr 92 Minuten (Howell 2018).

ISS-Konfiguration

Juni 2017

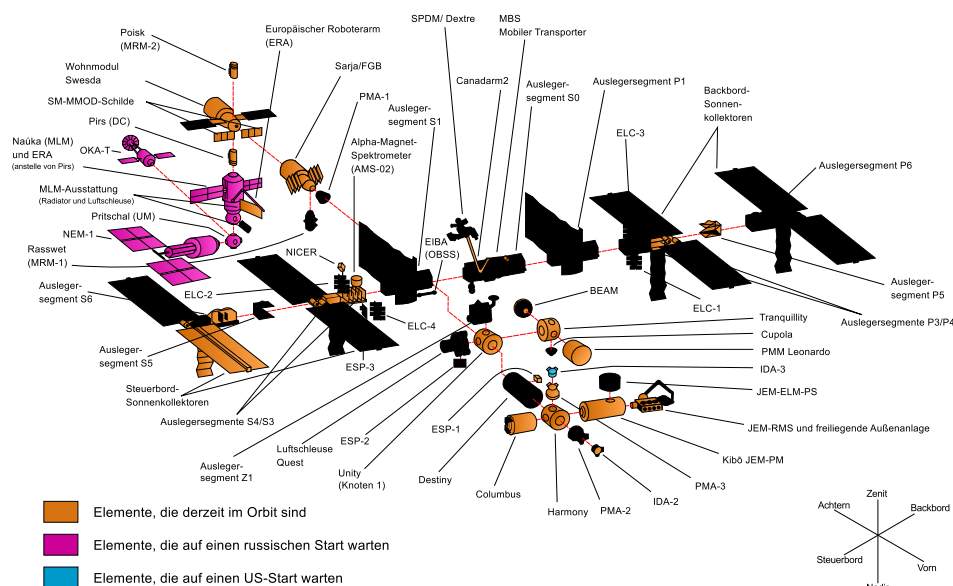


Abbildung 2: Die Module der ISS im Juni 2017 (Bild: NASA).

Die Internationale Raumstation (Abb. 1) ist ein internationales Projekt mit derzeit 15 beteiligten Nationen (ESA 2013a; Garcia 2018). Sie dient als wissenschaftliches Forschungslabor für Fragestellungen, deren experimentelle Untersuchung durch den Einfluss der Gravitation auf der Erde erschwert wird. Man nutzt dafür die an Bord der ISS herrschende Mikrogravitation (Schüttler 2006), einen Zustand von annähernder Schwerelosigkeit. Neben der Materialforschung und biologischen Studien spielt auch die Medizin eine wichtige Rolle. Der Einfluss der Mikrogravitation auf die Besatzung führt zu Symptomen, die Krankheitsbildern auf der Erde ähneln. Daher hofft man, Erkenntnisse in der kontrollierten Umgebung der Raumstation zu erlangen, die auch bei der Erforschung der Krankheiten helfen und Therapien den Weg ebnen (Bührke 2018). Ein weiterer Grund besteht darin, langfristige Missionen innerhalb des Sonnensystems vorzubereiten (Ganse 2018).

Manchmal sind Außenbordeinsätze (EVA, Extra-vehicular Activity) erforderlich, um Reparaturen vorzunehmen oder neue Ausrüstung zu montieren. Wie sich die Astronauten darauf vorbereiten, wird im folgenden Kapitel beschrieben.

Astronautentraining

Arbeiten außerhalb der schützenden Hülle der ISS sind immer wieder notwendig. Insbesondere der Aufbau der Raumstation war durch zahlreiche EVA gekennzeichnet. Aber auch heute müssen immer wieder Reparaturen durchgeführt oder neue Ausrüstung montiert werden¹. Für die Ausstiege werden Raumanzüge benötigt, die der Besatzung einen ausreichenden Schutz gegen das Vakuum und die Strahlung im Weltall bieten. Handgriffe, Bewegungen und das zielgerichtete Ansteuern sind mit dieser Hülle schwierig und müssen erlernt werden.



Abbildung 3: Außenbordeinsatz auf der ISS von Alexander Gerst im Jahr 2014 (Bild: NASA).

Um die Arbeiten in den Raumanzügen routiniert und sicher ausführen zu können, werden die Aktivitäten auf der Erde in Wasserbecken trainiert (ESA 2013b; Gast und Moore 2009). Indem man die Astronauten mit ihren Raumanzügen im Wasser zum Schweben bringt, erzeugt man einen Zustand der dem der Schwerelosigkeit auf der ISS recht nahe kommt. Allerdings erzeugt das Wasser einen Widerstand, den man im All nicht spürt. Zudem sind die Astronauten in den Anzügen während des Trainings unter Wasser nicht schwerelos.

Der Raumanzug (EMU, Extra-vehicular Mobility Unit) wiegt inklusive Astronaut ca. 200 kg (Tate 2013; Thomas und McMann 2011). Um dem Anzug die nötige Balance aus Auftrieb und Gewicht zu verleihen, wird er mit Schwimmkörpern und Gewichten versehen. Zudem wird der Luftdruck innerhalb der EMU während des Trainings stets auf 0,3 bar (4,3 PSI) über dem Umgebungsdruck gehalten (Hutchinson 2013). Dadurch bläht sich der Anzug leicht auf, was ebenfalls zu einem Auftrieb führt. Gleichzeitig wird darauf geachtet, dass während des Trainings Auftrieb und Gewicht so ausbalanciert werden, dass der gesamte Körper in einem neutralen Gleichgewicht ist. Ansonsten könnte es sein, dass sich der Astronaut entweder ständig aufrichtet oder kopfüber im Wasser schwimmt.

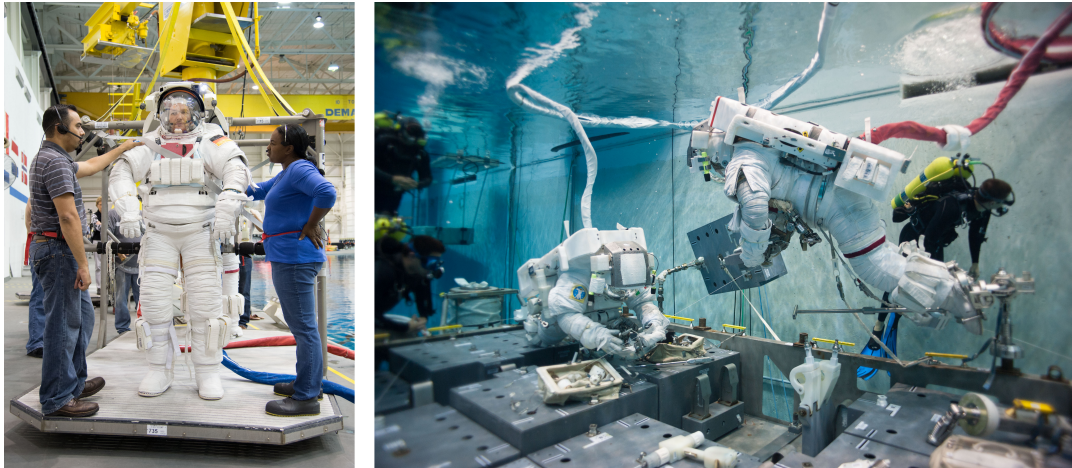


Abbildung 4: Links: Alexander Gerst wird für das Training im Wasserbecken vorbereitet. Rechts: Training von Arbeitsschritten unter Wasser. (Bilder: NASA).

Für die europäischen ESA-Astronauten stehen dafür die Neutral Buoyancy Facility am Europäischen Astronautenzentrum (EAC) in Köln sowie das Neutral Buoyancy Lab der NASA an der Sonny Carter Training Facility nahe des Johnson Space Center in Houston, Texas zur Verfügung.

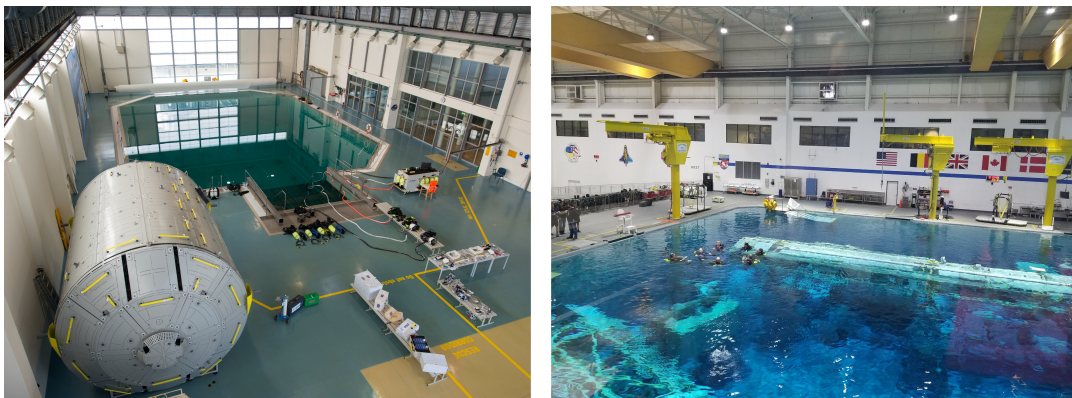


Abbildung 5: Links: das Becken der Neutral Buoyancy Facility der ESA am EAC in Köln (Bild: ESA-S. Corvaja, 2015). Rechts: das Neutral Buoyancy Lab der NASA mit Aufbauten von ISS-Strukturen unter Wasser (Bild: CCicalese (WMF), CC BY 4.0).

Mit den Planungen für eine Rückkehr zum Mond wird man diese Trainingsmethode auch zur Simulation der verminderten Schwerkraft auf dem Mond nutzen. Studien wie Moondive (ESA 2018) ermitteln bereits jetzt, welche Anforderungen für die spezielle Umgebung des Mondes erfüllt sein müssen und ob die bereits vorhandenen Trainingseinrichtungen entsprechend angepasst werden können.

Nachfolgend wird erläutert, welche physikalischen Kräfte für den Auftrieb und das Schweben unter Wasser verantwortlich sind.

Der hydrostatische Druck

Um zu verstehen, wodurch der Auftrieb in einem Medium wie dem Wasser erzeugt wird, benötigen wir den Begriff des hydrostatischen Drucks. Dabei handelt es um den Druck, der in einer bestimmten Tiefe des entsprechenden Mediums durch die Gewichtskraft der darüber liegenden Säule erzeugt wird. Zur Verdeutlichung soll Abb. 6 betrachtet werden.

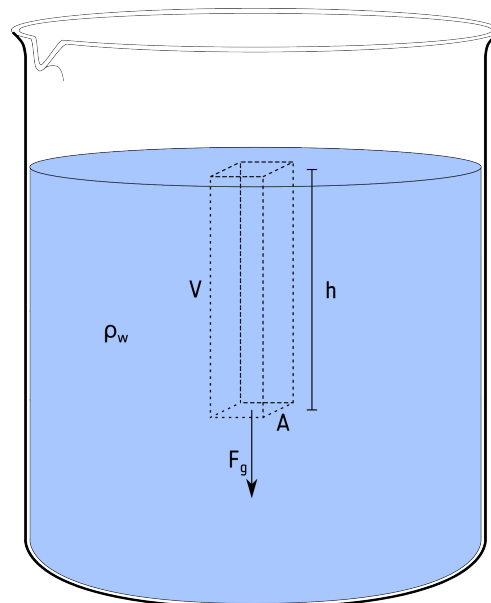


Abbildung 6: Die Grafik verdeutlicht die Verhältnisse, die zum hydrostatischen Druck bzw. Schweredruck führen (Grafik: eigenes Werk).

Dargestellt ist ein Becherglas mit Wasser. In einer Tiefe h befinde sich eine gedachte Fläche A , die zusammen mit h das Volumen V einer Wassersäule (gestrichelt) bildet. Dieses Wasser mit der Dichte ρ_w übt auf A die Gewichtskraft F_g aus. Die Masse der Wassersäule beträgt $m_w = \rho_w \cdot V$. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} F_g &= m_w \cdot g \\ &= \rho_w \cdot V \cdot g \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} &= \rho_w \cdot h \cdot A \cdot g \\ \Leftrightarrow p &= \frac{F_g}{A} = \rho_w \cdot h \cdot g \end{aligned} \quad (2)$$

Somit steigt der Druck p proportional mit der Wassertiefe h . Tatsächlich ergibt sich der Gesamtdruck aus dem Druck der Wassersäule und dem Luftdruck der darüber liegenden Atmosphäre, bezeichnet mit p_0 . Somit kann der hydrostatische Druck insgesamt formuliert werden als:

$$p = \rho \cdot g \cdot h + p_0 \quad (3)$$

Der Auftrieb

Ein Objekt mit der Masse m wird im Schwerfeld der Erde mit dem Ortsfaktor g zum Erdmittelpunkt beschleunigt und erfährt eine Gewichtskraft $F_g = m \cdot g$. Taucht man jedoch dieses Objekt in ein Gefäß mit Wasser, wird die Wirkung von F_g um die Auftriebskraft F_a reduziert. Abbildung 7 verdeutlicht die Situation. Sie zeigt einen Körper, der ein Volumen V und eine Grundfläche A aufweist. Er habe die Masse m . Die Oberkante der Körpers hat die Tiefe h_0 , die Unterkante die Tiefe h_1 . Somit besitzt das Objekt selbst die Höhe $\Delta h = h_1 - h_0$ mit $V = A \cdot \Delta h$. Nun lässt sich der hydrostatische Druck p bei h_0 und h_1 ermitteln.

$$p(h_0) = \rho_w \cdot g \cdot h_0 + p_0$$

$$p(h_1) = \rho_w \cdot g \cdot h_1 + p_0$$

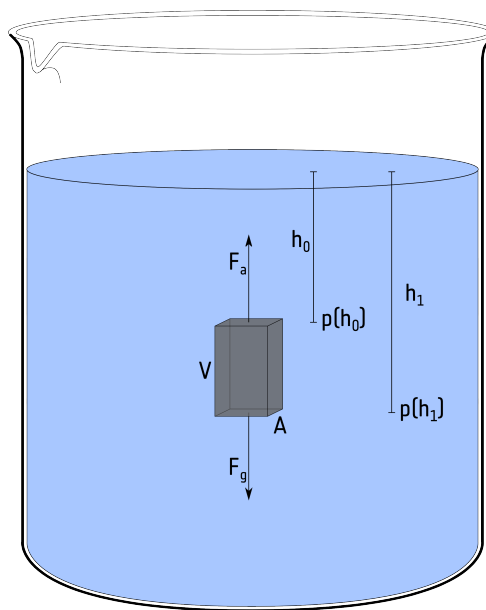


Abbildung 7: Die Grafik verdeutlicht das Phänomen des Auftriebs, den ein Körper mit dem Volumen V unter Wasser erfährt (Grafik: eigenes Werk).

Da $h_1 > h_0$, folgt $p(h_1) > p(h_0)$. Damit ist die auf A wirkende Kraft $F = p \cdot A$ bei h_1 ebenfalls größer als bei h_0 . Somit überwiegt die auf die Unterseite des Körpers wirkende Kraft derjenigen auf seiner Oberseite. Die daraus resultierende Kraftdifferenz wirkt daher nach oben, also entgegen der Richtung der Gravitation. Dies ist die Auftriebskraft F_a .

$$F_a = \Delta p \cdot A = (p(h_1) - p(h_0)) \cdot A$$

$$= (\rho_w \cdot g \cdot h_1 + p_0 - (\rho_w \cdot g \cdot h_0 + p_0)) \cdot A$$

$$= \rho_w \cdot g \cdot (h_1 - h_0) \cdot A$$

$$= \rho_w \cdot g \cdot \Delta h \cdot A$$

$$= \rho_w \cdot g \cdot V \tag{4}$$

$$= m_w \cdot g \tag{5}$$

Daraus folgt das **Archimedische Prinzip**², das besagt:

„Die Auftriebskraft entspricht der Gewichtskraft des Mediums, das von dem eingetauchten Volumen verdrängt wird.“

Daraus lassen sich drei Fälle ableiten.

- $F_g > F_a$: Der Körper sinkt.
- $F_g < F_a$: Der Körper steigt.
- $F_g = F_a$: Der Körper schwebt im Wasser bzw. schwimmt an der Oberfläche.

Die letztere Situation des Kräftegleichgewichts macht man sich im Astronautentraining zunutze. Bei diesem Gleichgewicht schwebt der Astronaut im Wasserbecken. Doch wie führt man dieses Kräftegleichgewicht herbei? Welche Größe ist hierbei maßgeblich? Eine einfache Rechnung ergibt die Antwort.

$$F_g = F_a \quad (6)$$

$$\Leftrightarrow m \cdot g = m_w \cdot g$$

$$\Leftrightarrow \rho_k \cdot V \cdot g = \rho_w \cdot V \cdot g$$

$$\Leftrightarrow \rho_k = \rho_w \quad (7)$$

Der Körper schwebt im Wasser, wenn seine Dichte ρ_k der des Wassers entspricht. Sinkt er, ist seine Dichte zu hoch. Um die Dichte zu verringern, muss man bei gleichbleibender Masse das Volumen erhöhen. Das geschieht im Fall der Astronauten im Trainingsbecken durch Luftpolster. Sie erhöhen das Volumen stärker als im Vergleich die Masse, die sie mit sich tragen. In der Bilanz wird also die mittlere Dichte des Astronauten verringert. Das führt zu einem verstärkten Auftrieb. Nun kann man so lange Luftpolster anbringen, bis im Mittel die Dichte von Wasser erreicht ist. Der Astronaut schwebt³.

Aktivität:

Vorbereitung für Lehrpersonen

Beschaffen Sie die auf den Deckblatt angegebenen Materialien in einer Stückzahl, die für Ihre Lerngruppe angemessen ist. Beachten Sie, dass Sie für die Durchführung des Experiments Wasser benötigen.

Bedenken Sie, dass die Experimentierzutaten lediglich als Beispiel anzusehen sind, die der Autor getestet hat. Allerdings können beispielsweise auch kleinere Styroporkugeln verwendet werden, die einen entsprechend geringeren Auftrieb erzeugen. Größere Kugeln sind nicht zu empfehlen, da hierfür deutlich schwerere Gewichte und somit auch ggf. größere Wasserbehälter benötigt werden. Es bietet sich an, vorab das Experiment selbst zu testen, um den Umfang der erforderlichen Gewichte zu ermitteln.

Das Experiment darf nur unter Aufsicht einer Lehrkraft durchgeführt werden. Der Autor und die Projektpartner dieses Materials übernehmen keine Haftung für etwaig auftretende Verletzungen.

Die in der Einführung angegebenen Videos (s. u.) benötigen einen Internetzugang. Falls Sie in der Lehrereinrichtung nicht über die notwendige Ausstattung verfügen, weisen Sie die Schülerinnen und Schüler vorab an, sich diese Videos als Vorbereitung zuhause anzusehen. Ermutigen Sie sie, sich davon ausgehend weiter über das Thema zu informieren. Eine gute Seite zur Eigenrecherche ist:

DLR_next – Raumfahrt

<https://www.dlr.de/next/desktopdefault.aspx/tabid-6100/>

Thematische Einführung (Vorschlag)

Fragen Sie die Schülerinnen und Schüler, ob sie wissen, was ein Weltraumspaziergang ist. Zeigen Sie zur Erläuterung das folgende Video.

DLR_next – Mit Alex ins All: Der Spacewalk (Dauer: 5:04 min)

<https://youtu.be/vZUAFdJ3C-4>

Die im Video erwähnten Liveübertragungen der NASA kann man über die folgende Webadresse sehen:

<https://www.nasa.gov/nasalive>

Bei weiterem Interesse können sich die Schülerinnen und Schüler die folgenden beiden Videos ansehen. Da sie in englischer Sprache produziert sind, ermöglichen Sie zudem eine Verknüpfung mit dem Fach Englisch und schulen das Verständnis gesprochener Sprache.

Alexander Gerst training in Houston (Dauer: 3:26 min, englisch)

<https://youtu.be/f4cHgAIK79c>

How Astronauts Train Underwater at NASA's Neutral Buoyancy Lab (Dauer: 7:06 min, englisch)

<https://youtu.be/BRPb0J8lZcY>

Fragen Sie, wovon es abhängt ob ein Objekt im Wasser schwimmt oder untergeht. Wahrscheinlich wird hier der Begriff Gewicht genannt. Als Gegenbeispiel können Sie den Vergleich eines Steins mit einem riesigen Containerschiff aufstellen. Damit ist das Gewicht bzw. die Masse offenbar nicht

die bestimmende Größe. Offenbar ist das Verhältnis von Masse und Volumen maßgeblich, oder in anderen Worten: die Dichte.

Schließlich schauen sich die Schülerinnen und Schüler zur Einführung oder zur Auffrischung des Prinzips des Auftriebs die folgenden Videos an.

Archimedes von Syrakus - Gold oder nicht Gold? (Dauer: 3:24 min)

<https://youtu.be/e2hc0CSd-xw>

Archimedisches Prinzip – Der Auftrieb (Dauer: 4:45 min)

<https://youtu.be/ZUWrj-nqkE4>

Auftrieb (Dauer: 1:03 min)

<https://youtu.be/FPTGbb9p0po>

Fragen Sie zum Schluss, worauf man achten muss, damit die Astronauten während des Trainings im Wasserbecken schweben. Eine korrekte Antwort sollte beinhalten, dass das sich Gewicht und Auftrieb möglichst genau ausgleichen müssen. Ein Objekt schwebt dann im Wasser, wenn es im Mittel dieselbe Dichte wie Wasser hat.

Experiment

Hinweis! Der Inhalt des entsprechenden Kapitels im Arbeitsmaterial für die Schülerinnen und Schüler ist gegenüber dieser Version reduziert. Einzelne Zwischenschritte und Lösungen sind aus didaktischen Gründen dort nicht enthalten.

Das Experiment stellt im Modell nach, was es bedeutet, ein Objekt (z. B. eine Astronautin oder einen Astronauten) im Wasser zum Schweben zu bringen. Eine Styroporkugel dient hierbei als Objekt mit geringer Dichte, das auf der Wasseroberfläche schwimmt. Geeignete Gewichte müssen so lange an einen daran befestigten Haken angehängt werden, bis die Kugel im Wasser schwebt. Dabei wird man feststellen, dass es sehr schwierig ist, Auftrieb und Gewicht exakt zum Ausgleich zu bringen. In dem dargestellten Beispiel werden Schrauben, Muttern und Büroklammern als Gewichte benutzt.



Abbildung 8: Eine Styroporkugel und Gewichte. Ihr Gesamtgewicht – gewogen durch eine Digitalwaage – soll im Experiment den Auftrieb im Wasser ausgleichen (Bild: M. Nielbock).

Zu Beginn schwimmt die Kugel auf dem Wasser.



Abbildung 9: Die Kugel schwimmt auf dem Wasser (Bild: M. Nielbock).

Erläutere, wie man die Masse abschätzen kann, die benötigt wird, damit die Styroporkugel im Wasser schwebt.

Das Archimedische Prinzip besagt, dass die Kraft des Auftriebs der Gewichtskraft des Wassers entspricht, das durch das Volumen des eingetauchten Körpers verdrängt wird. Daher kann man als erste Abschätzung das Gewicht bzw. die Masse des Wassers innerhalb eines Volumens berechnen, das dem Volumen der Styroporkugel entspricht.

Tabelle 1: Wichtige physikalische Größen und ihre Werte.

Größe	Formelzeichen	Zahlenwert und Einheit
Erdbeschleunigung	g	9,81 m/s ²
Atmosphärischer Normaldruck	p_0	1013,25 hPa = 101325 Pa
Dichte von Wasser	ρ_w	997 kg/m ³
Dichte von Gold	ρ_{Au}	1939 kg/m ³
Dichte von Silber	ρ_{Ag}	1049 kg/m ³

In diesem Beispiel hat die Kugel einen Radius von 2,5 cm. Damit hat sie ein Volumen von 65,45 cm³ oder $6,545 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$. Mit der Dichte des Wasser aus Tab. 1 folgt eine Masse von 65,25 g. Zu Beginn sollte die Kugel also so beschwert werden, dass eine Gesamtmasse von etwa diesem Wert erreicht wird (Abb. 10).



Abbildung 10: Das anfängliche Gewicht der Styroporkugel mit den entsprechenden Gewichten (Bild: M. Nielbock).

Dieses Gewicht wird nun mit Büroklammern am Haken der Kugel angebracht und im Wasserbecken eingetaucht.

Beschreibe und erkläre deine Beobachtung. Erkläre, warum die Kugel nicht völlig eingetaucht im Wasser schwimmt.

Die Kugel schwimmt teilweise eingetaucht immer noch an der Oberfläche (Abb. 11). Die benötigte Masse wurde offenbar unterschätzt. Der Grund ist, dass das Volumen der Gewichte vernachlässigt wurde. Auch sie erfahren einen Auftrieb.

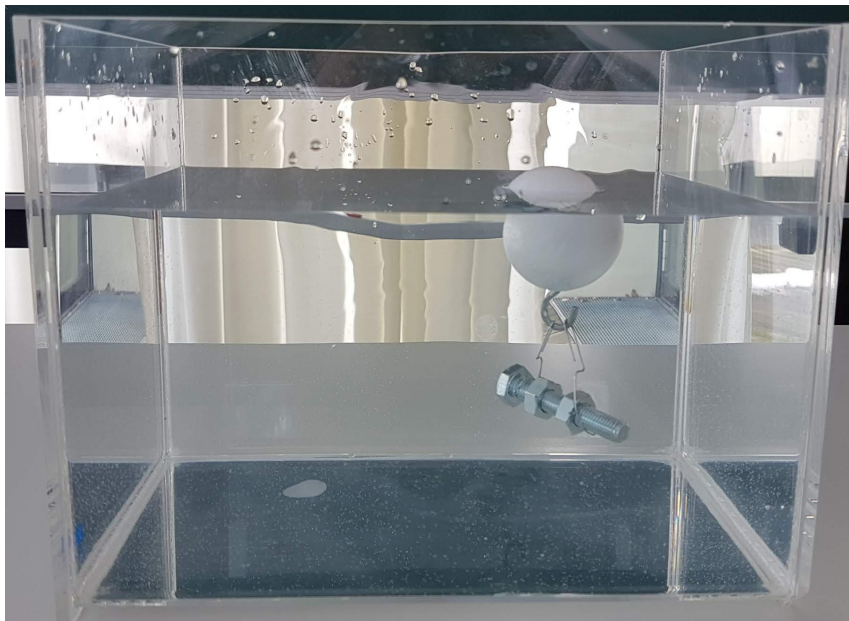


Abbildung 11: Das ermittelte Gesamtgewicht reicht nicht aus, um die Auftriebskraft auszugleichen. Die Kugel schwimmt teilweise eingetaucht immer noch an der Oberfläche (Bild: M. Nielbock).

Beschwere die Kugel, bis sie im Wasser schwebt.

Nun beschwert man die Kugel so lange – z. B. mit Büroklammern – bis sich der Schwebезustand einstellt (Abb. 12).

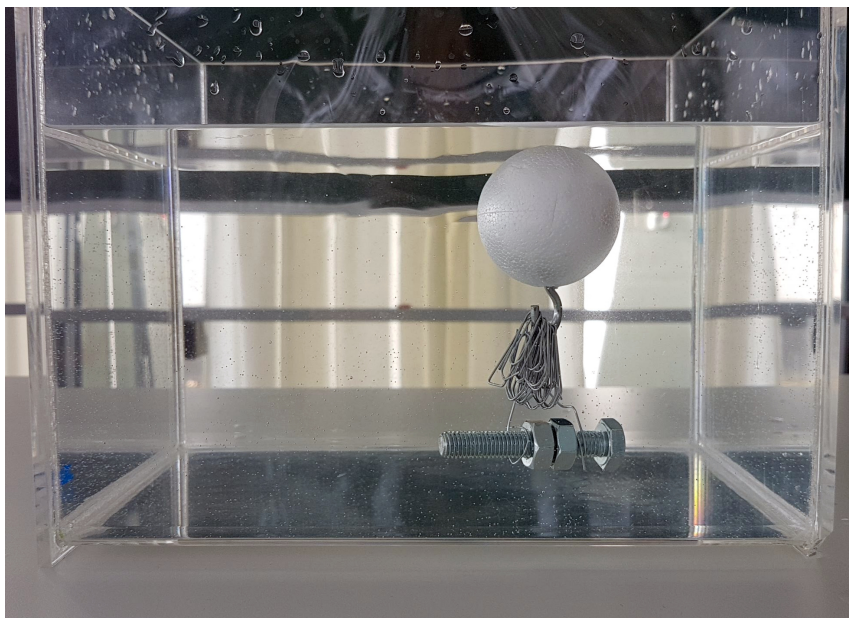


Abbildung 12: Nach der Zugabe einer ausreichenden Zahl von Büroklammern schwebt die Kugel im Wasser (Bild: M. Nielbock).

Dabei wird man feststellen, dass der Schwebезustand einem feinen Gleichgewicht zwischen Auftrieb und Gewicht entspricht. Unter Umständen ist die Gewichtseinheit pro Büroklammer zu grob, so dass die Kugel entweder langsam steigt oder sinkt.

Begründe, warum es so schwierig ist, eine exakte Balance aus Gewichtskraft und Auftrieb einzustellen.

Jedes Ungleichgewicht führt sofort zu einer resultierenden Kraft in die eine oder andere Richtung. Da in diesem Experiment die kleinste Gewichtseinheit eine Büroklammer ist, können kleinere Gewichte nur dadurch erzielt werden, wenn man Stücke von einer Büroklammer entfernt. Hierzu wird die Zange benutzt.

Erkläre den Zusammenhang besteht zwischen dem Volumen der Styroporkugel (plus Gewichte) und dem benötigten Gewicht.

Der Zusammenhang zwischen dem Volumen der Kugel bzw. den Gewichten und dem benötigten Gewicht besteht in dem Archimedischen Prinzip. Der Auftrieb ist eine Kraft, die dem Gewicht des Wassers entspricht, das von dem eingetauchten Volumen verdrängt wird. Wenn man also weiß, wie groß das Volumen ist, entspricht die Auftriebskraft der Gewichtskraft dieses Wasservolumens. Daher benötigt man exakt so viel Gewicht zum Beschweren, wie das verdrängte Wasser wiegt.

Der Auftrieb ist in allen Medien vorhanden, so auch in der Luft. Schätze die Stärke des Auftriebs in der Luft im Vergleich zum Wasser ab. Nenne die maßgeblichen Größen.

Das Verhältnis des Auftriebs in Luft und Wasser entspricht dem Dichteverhältnis dieser Medien. Mit der Dichte für Luft von $\rho_L = 1,2 \text{ kg/m}^3$ findet man:

$$\frac{\rho_w}{\rho_L} = 831$$

Optionale Zusatzaufgabe: Ermittle das während des Experiments verdrängte Volumen.

Auch hier lässt sich das Archimedische Prinzip anwenden. Aus der Gesamtmasse folgt über die Dichte des Wassers das verdrängte Volumen. Laut Waage entspricht das Gesamtgewicht einer Masse von 73,6 g (Abb. 13). Daraus folgt ein Volumen von $73,8 \text{ cm}^3$.



Abbildung 13: Die Waage zeigt eine Gesamtmasse von 73,6 g an (Bild: M. Nielbock).

Aufgaben

Die nachfolgenden Aufgaben sollen dazu beitragen, die Inhalte durch Rechnungen weiter zu vertiefen.

1. Wasserdruck (rechnerisch)

Der Wasserdruck nimmt proportional zur Tiefe zu. Gemäß Gl. 3 lautet der Druck unter einer Wassersäule:

$$p = \rho_w \cdot g \cdot h + p_0$$

Berechne die Wassertiefe, bei der ein Druck erreicht wird, der zusätzlich zur Atmosphäre über dem Wasser ebenfalls dem Normaldruck von $p - p_0 = p_0 = 101325 \text{ Pa}$ entspricht. Die relevanten Zahlenwerte findest du in Tab. 1.

Beachte, dass gilt:

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

2. Wasserdruck (grafisch)

Die Gleichung aus Aufgabe 1 entspricht einer mathematischen Funktion der Form:

$$f(x) = a \cdot x + b$$

Es handelt sich dabei um eine Geradengleichung. Ordne die Größen denen der Gleichung aus Aufgabe 1 zu. Achte dabei darauf, bei welchen Größen es sich um Variablen handelt und welche davon konstant sind. Bestimme insbesondere die Steigung der Geraden a .

Konstruiere ein Koordinatensystem, das auf der senkrechten Achse den Druck angibt, während die horizontale Achse die variable Größe darstellt. Bestimme den Achsenabschnitt und wähle mit der Maßgabe, dass der Gesamtdruck das Doppelte von p_0 annehmen soll, die Skala der senkrechten Achse. Zeichne die Gerade. Ermittle den Wert auf der horizontalen Achse, für den $p = 2 \cdot p_0$ beträgt.

3. Wasserverdrängung

Berechne das Volumen eines Raumanzugs, der mit Astronaut eine Gesamtmasse von 200 kg hat, wenn er im Wasser schwimmt. Benutze das Gleichgewicht der Kräfte der Gravitation und des Auftriebs.

4. Das Archimedische Prinzip

Das Archimedische Prinzip geht auf eine überlieferte Geschichte vom antiken griechischen Gelehrten Archimedes von Syrakus zurück. Demnach soll König Hieron II von Syrakus ihn beauftragt haben, einen möglichen Betrug zu untersuchen. Hieron hatte einem Goldschmied eine genau abgemessene Masse Gold für die Anfertigung einer Krone übergeben. Er vermutete aber, dass bei der Herstellung ein Teil des Golds durch Silber ersetzt wurde, wobei die Gesamtmasse aber erhalten blieb. Archimedes sollte nun herausfinden, ob der Verdacht gerechtfertigt war, und zwar ohne die Krone zu zerstören.

Der römische Architekt Vitruv⁴, der später über diesen Fall berichtete, gab an, dass Archimedes dem Betrug dadurch auf die Schliche kam, weil eine Legierung von Gold und Silber eine geringere Dichte aufweist und deswegen durch sein höheres Volumen pro Masse auch mehr Wasser verdrängt. Als Archimedes dies durch Eintauchen in Wasser überprüfte, soll im Vergleich zu einem Stück reinem Gold bei der Krone das Wasser übergelaufen sein.

Ist diese Geschichte glaubhaft? Berechne hierzu, wie groß der Unterschied zwischen den Wasserständen für zwei Metallstücke mit unterschiedlichem Goldanteil ist. Nimm hierzu zwei Stücke zu je 1 kg an. Eines soll zu 100% aus Gold bestehen; das andere soll eine der Masse nach 30%ige Beimischung von Silber haben. Nimm zudem einen Behälter mit 1 l Wasser an, dessen kreisrunde Grundfläche einen Radius von 5 cm aufweist. Bestimme den Wasserstand,

1. wenn der Behälter nur mit Wasser gefüllt ist,
2. wenn das Goldstück vollständig eingetaucht ist,
3. wenn das Stück aus der Gold-Silber-Legierung vollständig eingetaucht ist.

Ermittle damit, ob der Unterschied der Wasserstände präzise genug messbar ist, um einen Unterschied zwischen den Metallstücken nachzuweisen.

Alternativ wird angenommen, dass Archimedes stattdessen das verminderte Gewicht gemessen hat, das der Auftrieb im Wasser erzeugt. Berechne dazu die Auftriebskräfte für die beiden Metallstücke und deren Differenz, wenn sie in Wasser eingetaucht sind. Bestimme die Masse, die dieser Kraftdifferenz entspricht.

Lösungen

1. Wasserdruck (rechnerisch)

$$h = \frac{p - p_0}{\rho_w \cdot g} = \frac{101325 \text{ Pa}}{997 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 10,4 \text{ m}$$

2. Wasserdruck (grafisch)

Die Geradengleichung lautet:

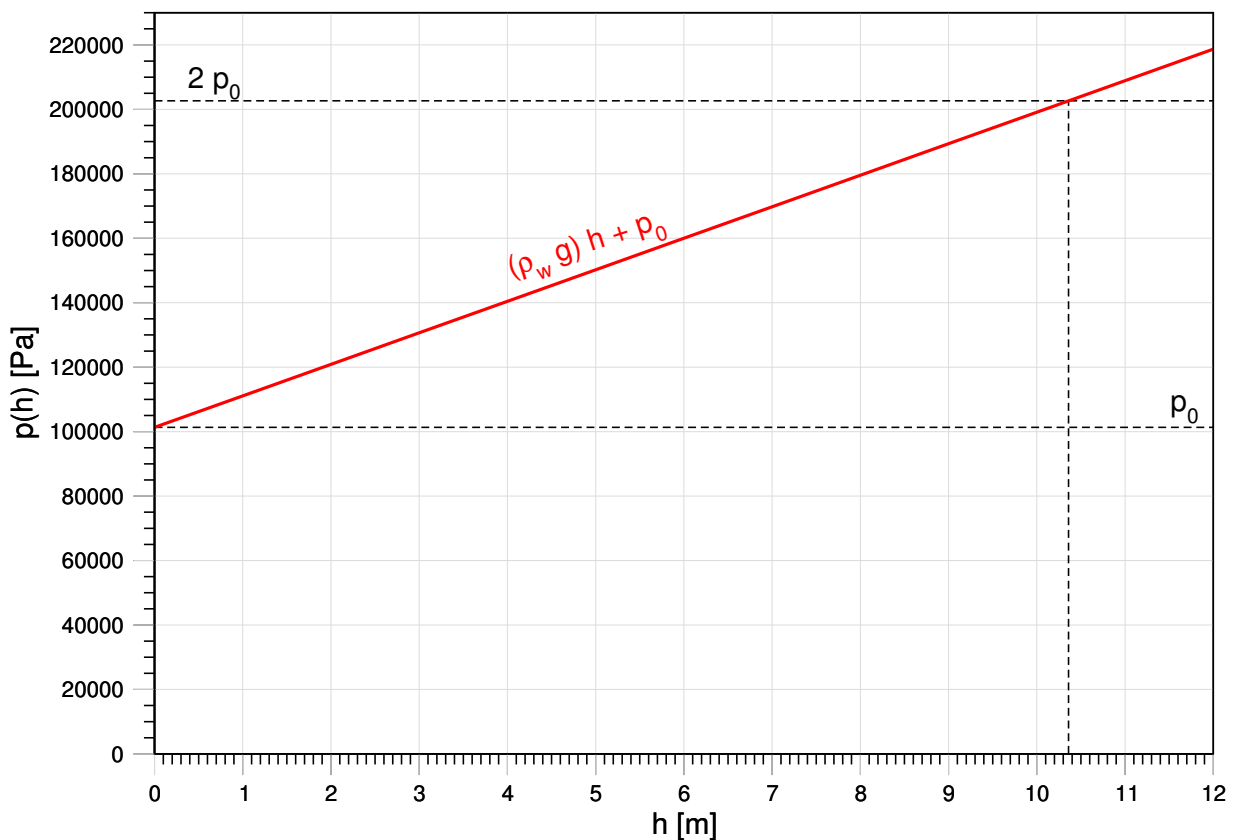
$$p(h) = (\rho_w \cdot g) \cdot h + p_0$$

Steigung: $\rho_w \cdot g = 997 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9780,57 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}$

Achsenabschnitt: $p_0 = 101325 \text{ Pa} = 101325 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$

Für $p(h) = 2 \cdot p_0$ muss gelten:

$$9780,57 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} \cdot h = p_0 = 101325 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$



3. Wasserverdrängung

Wenn der Astronaut mit Raumanzug im Wasser schwebt, stehen Schwerkraft und Auftriebskraft im Gleichgewicht. Gemäß Gl. 6 gilt:

$$\begin{aligned} F_g &= F_a \\ \Leftrightarrow m \cdot g &= m_w \cdot g \\ \Leftrightarrow m &= \rho_w \cdot V \\ \Leftrightarrow V &= \frac{m}{\rho_w} \\ &= \frac{200 \text{ kg}}{997 \text{ kg/m}^3} = 0,2 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

4. Das Archimedische Prinzip

Aus den Werten in Tab. 1 kann man die Dichte der Legierung berechnen, die einen Silberanteil von 30% hat.

$$\rho_{70/30} = 0,7 \cdot \rho_{Au} + 0,3 \cdot \rho_{Ag} = 1672 \text{ kg/m}^3 \quad (8)$$

Metallstücke aus Gold, Silber und der Legierung von je 1 kg besitzen die folgenden Volumina.

$$\begin{aligned} V_{Au} &= \frac{m}{\rho_{Au}} = \frac{1000 \text{ kg}}{1939 \text{ kg/m}^3} = 0,5157 \text{ m}^3 \\ V_{Ag} &= \frac{m}{\rho_{Ag}} = \frac{1000 \text{ kg}}{1049 \text{ kg/m}^3} = 0,9533 \text{ m}^3 \\ V_{70/30} &= \frac{m}{\rho_{70/30}} = \frac{1000 \text{ kg}}{1672 \text{ kg/m}^3} = 0,5981 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Im relativen Vergleich $\frac{V_{70/30}}{V_{Au}} = 1,16$ scheint der Unterschied sehr wohl messbar zu sein. Für ein Wasservolumen von 25 ℓ in einem Becher mit dem Radius 25 cm erhält man folgende Wasserstände.

$$h = \frac{V}{A} = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$$

1. $V_w = 25000 \text{ cm}^3 \Rightarrow h = 12,73 \text{ cm}$
2. $V_w + V_{Au} = 25051,57 \text{ cm}^3 \Rightarrow h = 12,76 \text{ cm}$
3. $V_w + V_{70/30} = 25059,81 \text{ cm}^3 \Rightarrow h = 12,76 \text{ cm}$

Der Wasserstand verändert sich kaum. Daher ist es unwahrscheinlich, dass Archimedes den Betrug auf diese Weise aufgedeckt hat.

Die Kraft des Auftriebs ist definiert als:

$$F_a = \rho_w \cdot V \cdot g = \rho_w \cdot \frac{m}{\rho_{\text{Metall}}} \cdot g = \frac{\rho_w}{\rho_{\text{Metall}}} \cdot m \cdot g$$

Somit erhält man für das Verhältnis der Auftriebskräfte:

$$\frac{F_{a,70/30}}{F_{a,Au}} = \frac{V_{70/30}}{V_{Au}} = 1,16$$

Die Auftriebskräfte für 1 kg Gold und 1 kg der Legierung lauten:

$$F_{a,70/30} = \frac{997 \text{ kg/m}^3}{1672 \text{ kg/m}^3} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 5,850 \text{ N}$$

$$F_{a,Au} = \frac{997 \text{ kg/m}^3}{1939 \text{ kg/m}^3} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 5,044 \text{ N}$$

Die Differenz beträgt $F_{a,70/30} - F_{a,Au} = 0,806 \text{ N}$. Das entspricht einer Masse von 82 g. Dies war auch zu Zeiten von Archimedes gut messbar.

Endnoten

¹Eine Liste aller EVA findet man unter:

https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_der_Weltraumausstiege

²Archimedes von Syrakus (ca. 287 bis 212 v. d. Z.) war ein griechischer Mathematiker, Physiker, Ingenieur, Erfinder und Astronom.

³Stattdessen könnte man theoretisch auch die Dichte des Mediums verändern. Salzwasser hat eine höhere Dichte als Süßwasser.

⁴Marcus Vitruvius Pollio war ein römischer Architekt, Ingenieur und Architekturtheoretiker des 1. Jahrhunderts v. d. Z.

Literatur

Bührke, Thomas (2018). *Was macht Alexander Gerst im All?* Helmholtz - Luftfahrt, Raumfahrt und Verkehr. URL: <https://www.helmholtz.de/luftfahrt-raumfahrt-und-verkehr/was-macht-alexander-gerst-im-all/> (besucht am 19.02.2019).

DLR (2018). *20 Jahre ISS: Die unwahrscheinlichste Maschine, die die Menschheit jemals gebaut hat.* DLR - Raumfahrt. URL: https://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10212/332_read-30922/ (besucht am 01.03.2019).

ESA (2013a). *International Space Station legal framework.* International Space Station - Human and robotic exploration. URL: https://www.esa.int/Our_Activities/Human_Spaceflight/International_Space_Station/International_Space_Station_legal_framework (besucht am 16.07.2018).

– (2013b). *Spacewalk training.* Astronauts - Human and robotic exploration. URL: https://www.esa.int/Our_Activities/Human_and_Robotic_Exploration/Astronauts/Spacewalk_training (besucht am 11.02.2019).

– (2014). *ISS: International Space Station.* International Space Station - Human and robotic exploration. URL: https://www.esa.int/Our_Activities/Human_Spaceflight/International_Space_Station/ISS_International_Space_Station (besucht am 13.07.2018).

– (2018). *Mondspaziergänge unter Wasser.* ESA - Deutschland. URL: https://www.esa.int/ger/ESA_in_your_country/Germany/Mondspaziergaenge_unter_Wasser (besucht am 19.02.2019).

Foust, Jeff (2018). *House joins Senate in push to extend ISS.* SpaceNews.com. URL: <https://spacenews.com/house-joins-senate-in-push-to-extend-iss/> (besucht am 19.02.2019).

Ganse, Bergita (2018). *Weltraummedizin: Faszination All.* Deutsches Ärzteblatt. URL: <https://www.aerzteblatt.de/archiv/200894/Weltraummedizin-Faszination-All> (besucht am 19.02.2019).

Garcia, Mark (2016). *International Space Station Facts and Figures.* NASA. URL: <http://www.nasa.gov/feature/facts-and-figures> (besucht am 13.07.2018).

– (2018). *20 Years Ago: Space Station Partners Sign Intergovernmental Agreement.* NASA - Space Station. URL: <http://www.nasa.gov/feature/20-years-ago-station-partners-sign-intergovernmental-agreement-iga> (besucht am 16.07.2018).

- Gast, Matthew und Sandra Moore (2009). „A Glimpse From The Inside Of A Space Suit: What Is It Really Like To Train For An EVA?“ In: *Proceedings of the 60th International Astronautical Congress, Daejeon, Republic of Korea*. 60th International Astronautical Congress, Symposium B6: Space Operations Symposium, Session 3. International Astronautical Federation, IAC-09.B6.3.5. ISBN: 978-1-61567-908-9. URL: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20090034233.pdf> (besucht am 11. 02. 2019).
- Howell, Elizabeth (2018). *Soyuz Rocket: Russia's Reliable Booster*. Space.com. URL: <https://www.space.com/40282-soyuz-rocket.html> (besucht am 08. 08. 2018).
- Hutchinson, Lee (2013). *Swimming with spacemen: training for spacewalks at NASA's giant pool*. Ars Technica. URL: <https://arstechnica.com/science/2013/03/swimming-with-spacemen/> (besucht am 25. 02. 2019).
- Loff, Sarah (2013). *Dec. 6, 1998, International Space Station Assembly Begins*. NASA - Space Station. URL: <http://www.nasa.gov/content/fifteen-years-ago-international-space-station-assembly-begins> (besucht am 18. 07. 2018).
- Schüttler, Tobias (2006). „Mikrogravitationsexperimente im Physikunterricht“. Zulassungsarbeit zur ersten Staatsprüfung nach LPO I für das Lehramt an Gymnasien. München: Ludwig-Maximilians-Universität. 90 S. URL: https://www.didaktik.physik.uni-muenchen.de/archiv/inhalt_materialien/mikrogravitation/mikrogravitation.pdf (besucht am 01. 03. 2019).
- Sputnik (2016). *ISS' Life Span Could Extend Into 2028 - Space Corporation Energia Director*. Sputnik. URL: <https://sputniknews.com/russia/201611151047447591-russia-iss-rsc-lifespan/> (besucht am 12. 07. 2018).
- Tate, Karl (2013). *How NASA Spacesuits Work: EMUs Explained (Infographic)*. Space.com. URL: <https://www.space.com/21987-how-nasa-spacesuits-work-infographic.html> (besucht am 19. 02. 2019).
- Thomas, Kenneth S. und Harold J. McMann (2011). *U. S. Spacesuits*. 2. Aufl. New York: Springer-Verlag. 472 S. ISBN: 978-1-4419-9566-7.
- Ulmer, Kenneth (2015). *NASA, Boeing Extend International Space Station Contract*. Boeing Media Room. URL: <http://boeing.mediaroom.com/2015-09-29-NASA-Boeing-Extend-International-Space-Station-Contract> (besucht am 12. 07. 2018).
- Zak, Anatoly (2017). *After a Decade of Delays, Russia's ISS Module Faces Even More Problems*. Popular Mechanics. URL: <https://www.popularmechanics.com/space/satellites/a25773/mlm-delayed-russia/> (besucht am 11. 07. 2018).

Danksagung

Der Autor bedankt sich bei den Lehrern Matthias Penselin, Florian Seitz und Martin Wetz für ihre wertvollen Hinweise, Kommentare und Änderungsvorschläge, die in die Erstellung dieses Materials eingeflossen sind. Weiterer Dank gilt Herrn Dr. Volker Kratzenberg-Annies für seine gewissenhafte Durchsicht.

Diese Unterrichtsmaterialien sind im Rahmen des Projekts *Raum für Bildung* am Haus der Astronomie in Heidelberg entstanden. Experimente dürfen nur unter Aufsicht einer Lehrkraft durchgeführt werden. Der Autor und die Projektpartner übernehmen keine Haftung für etwaig auftretende Verletzungen. Weitere Materialien des Projekts finden Sie unter:

<http://www.haus-der-astronomie.de/raum-fuer-bildung> und <http://www.dlr.de/next>

Das Projekt findet in Kooperation mit dem Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt statt und wird von der Joachim Herz Stiftung gefördert.