Entstehung und Entwicklung von Sternen Teil I

Kosmische Evolution für Nicht-Physiker

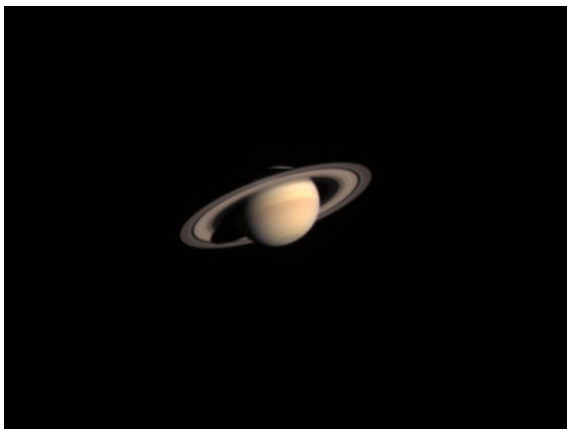
Markus Pössel

Haus der Astronomie

12.12.2017

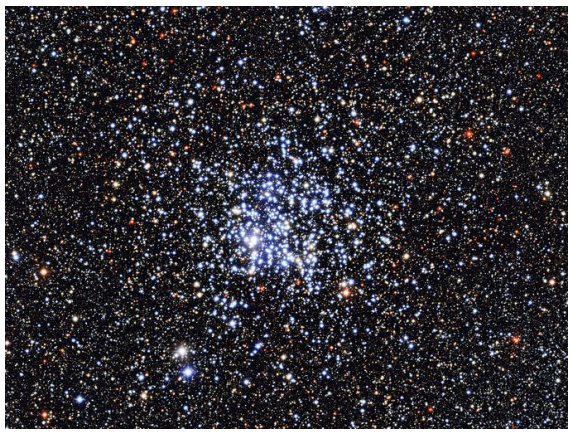
Bestandsaufnahme unserer Nachbarschaft

Sehen wir von fernen Galaxien, kosmischer Hintergrundstrahlung, großräumiger Verteilung dunkler Materie ab — was gibt es in unserer Nähe?



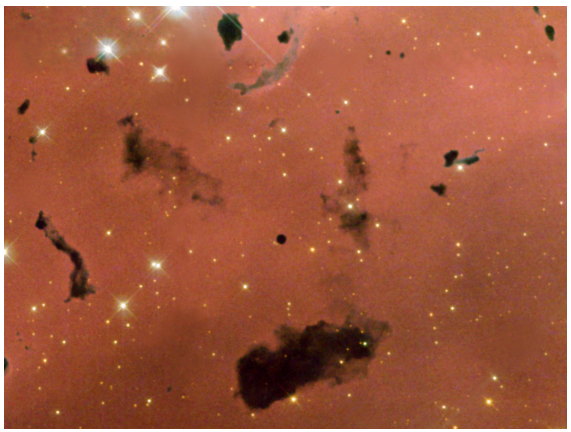
Planet Saturn

Bild: NASA



Offener Sternhaufen M 11

Bild: ESO

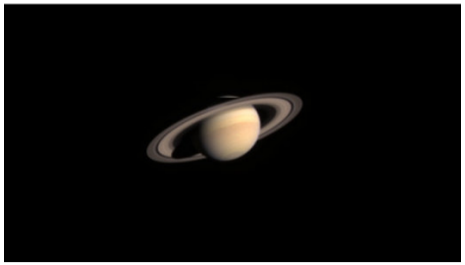


HII-Region IC 2944

Bild: NASA/ESA/Hubble Heritage Team (STScI/AURA)

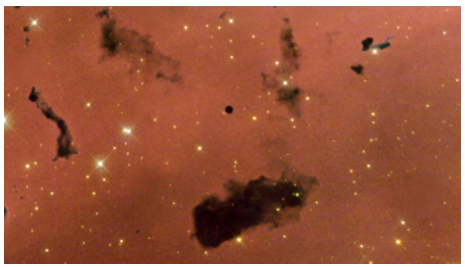
Bestandsaufnahme

- **Planeten:** Im Sonnensystem Jupitermasse < 0.001 Sonnenmasse. Kein merkliches eigenes sichtbares Licht. Kein nennenswerter Einfluss auf entferntere Objekte



- **Sterne:** Hauptlichtquelle im sichtbaren Licht am Nachthimmel. In unserer Umgebung: deutlich isoliert voneinander, Sternabstand $\sim 10^8$ Sterngröße

- **Gas/Staub:** Nur in bestimmten Regionen sichtbar, häufig dort (HII-Regionen), wo auch Sterne sichtbar sind. In Milchstraße: Massenverhältnis Gas 100 : Staub 1.



Wissenschaft und Komplexität

Allgemeine Frage angesichts großer Vielfalt und Komplexität:

Wo fangen wir mit unseren Erklärungsmodellen an?

Mehrere heuristische Strategien:

1. Erst auf die dominante Komponente beschränken, später Kleinigkeiten hinzunehmen
2. Erst isolierte Systeme beschreiben, später zusammengesetzte

$\Rightarrow$ Planeten zunächst vernachlässigen (Vorlesung 9.1.2018), jetzt einzelne Sterne betrachten, später Rolle von Gas und Staub

Der uns nächste Stern: die Sonne

Radius:	$R_\odot = 6.955\,10^8$ m
Masse:	$M_\odot = 1.989 \cdot 10^{30}$ kg
Leuchtkraft:	$L_\odot = 3.846 \cdot 10^{26}$ W
Effektivtemperatur:	$T_{eff} = 5778$ K
Mittlere Dichte:	$\rho_\odot = 1411.437\,\mathrm{kg/m^3}$

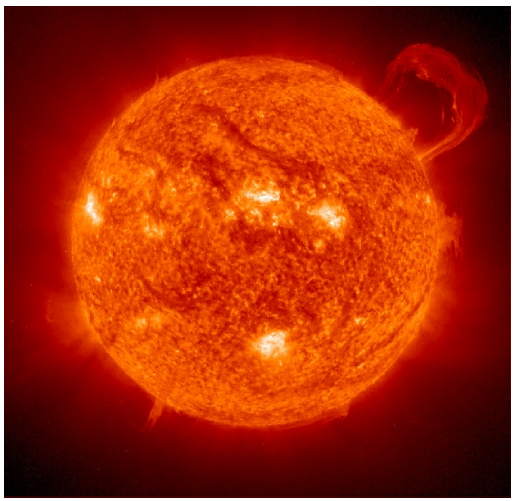


Bild: SOHO (NASA & ESA)

Sterne als Gas-/Plasmabälle

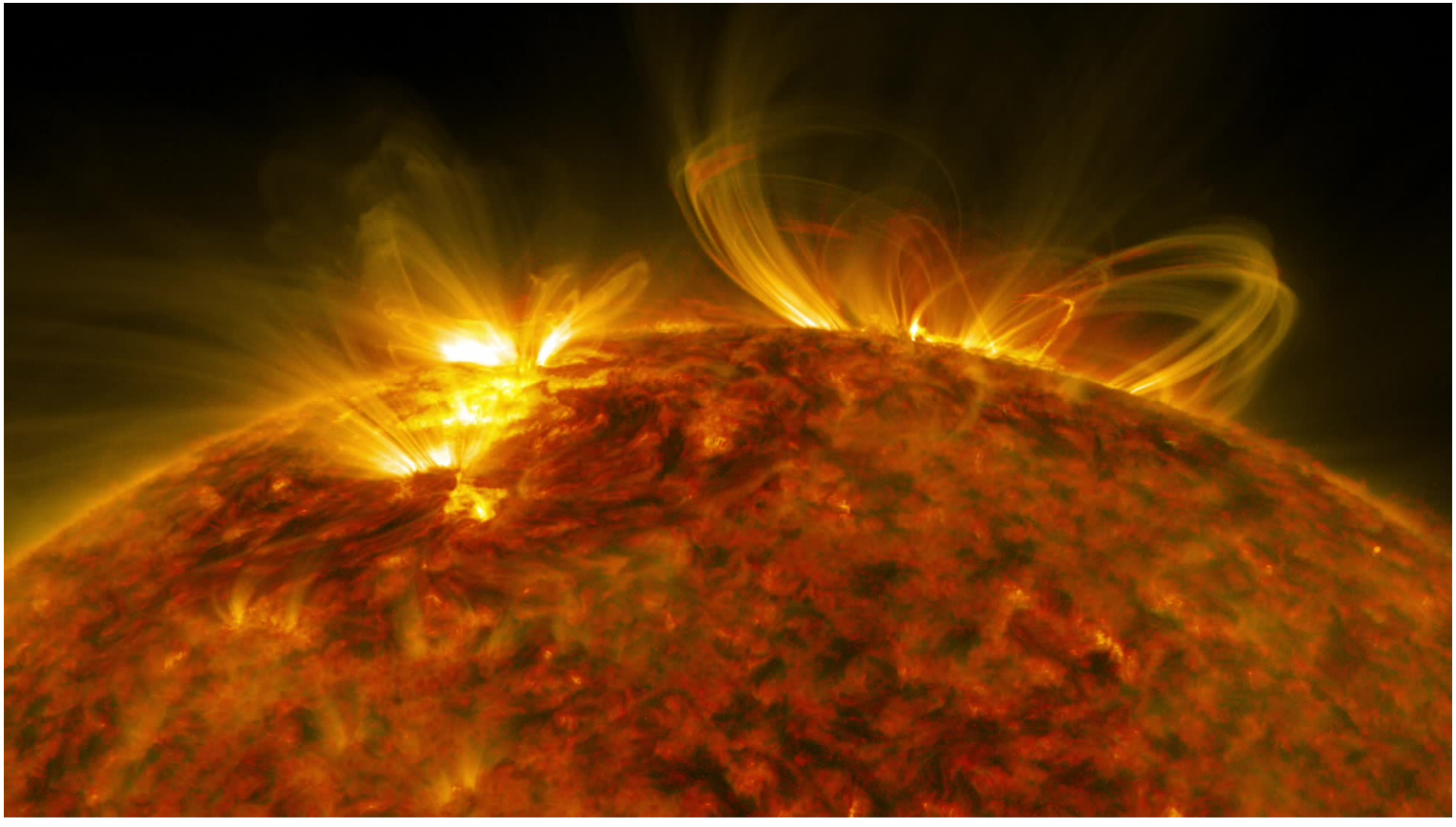
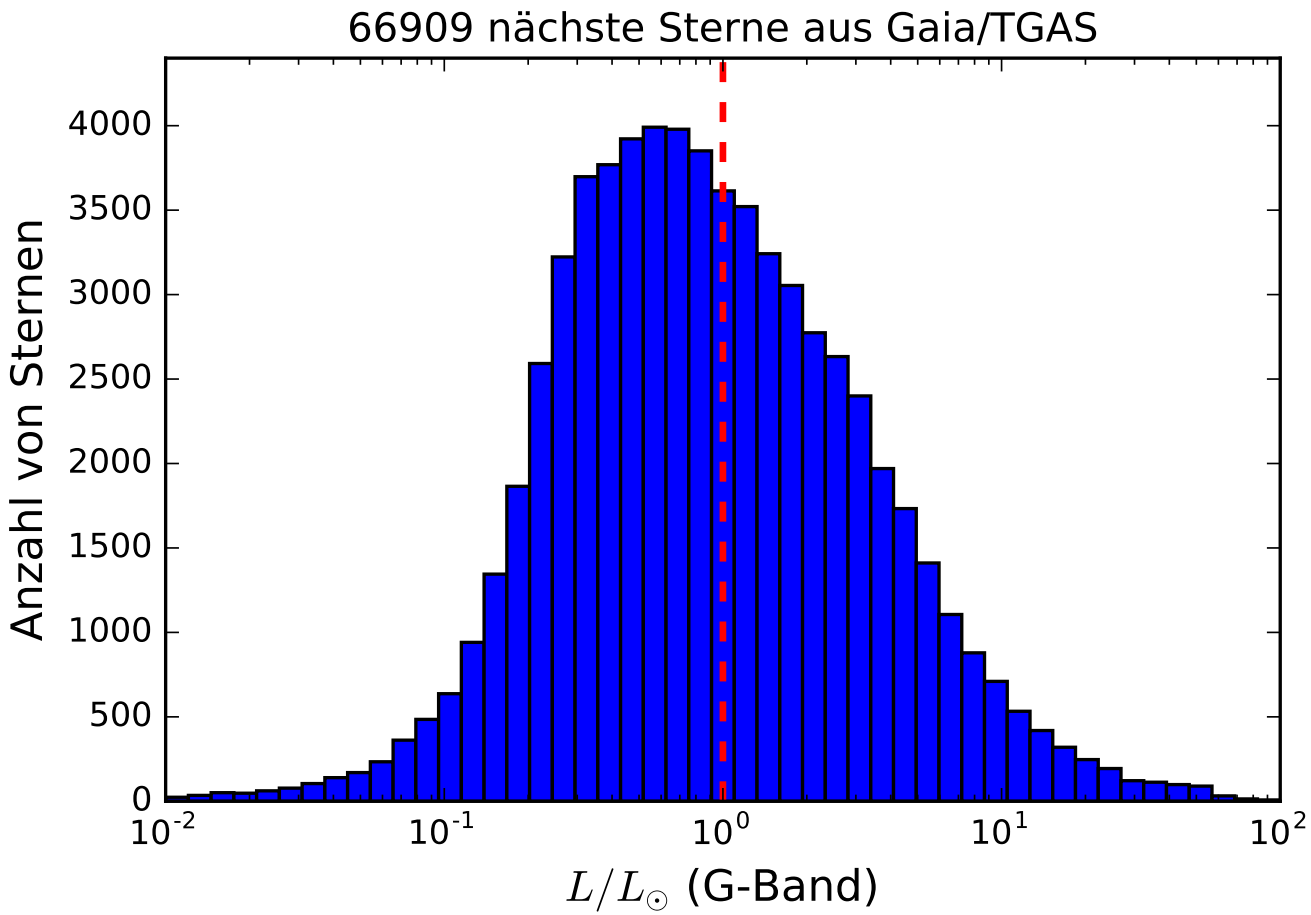


Bild: NASA/GSFC/SDO

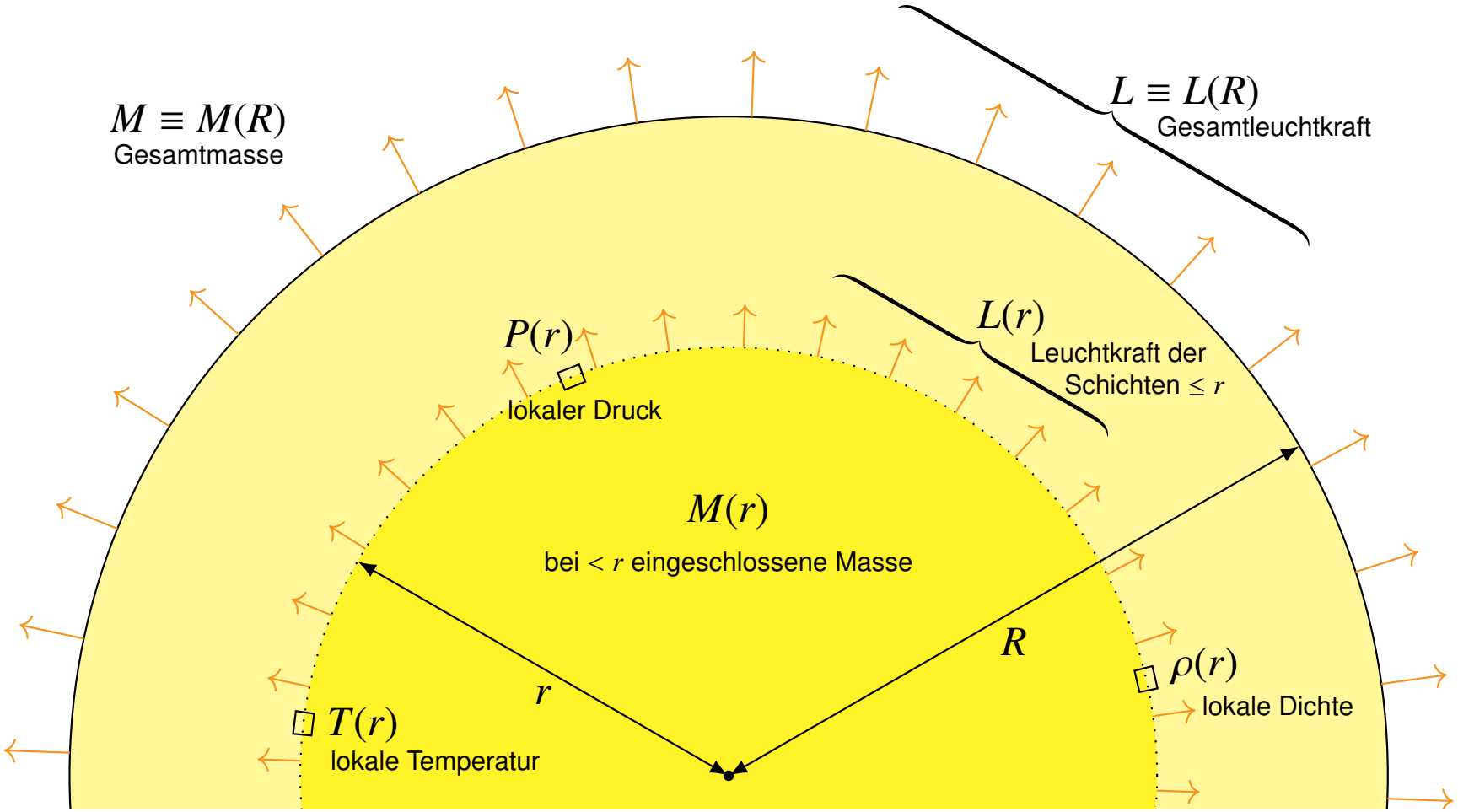
Plasmabögen, Magnetfelder, Konvention: Flare vom 10.9.2017

Helligkeiten von Sternen



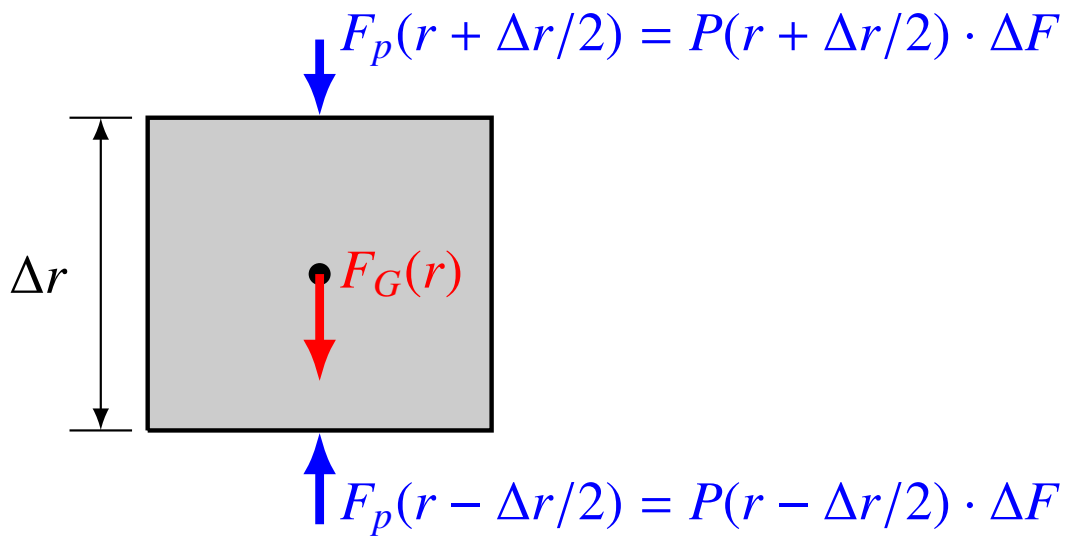
Histogramm aus Daten des Gaia-Satelliten: Abgestrahlte Leistung (im G-Band, entspricht in etwa weißem Licht) von 66909 Sternen im Vergleich zur Sonne

Kugelsymmetrisches Modell für einen Stern



Grundgleichung Gravitation und Gegendruck

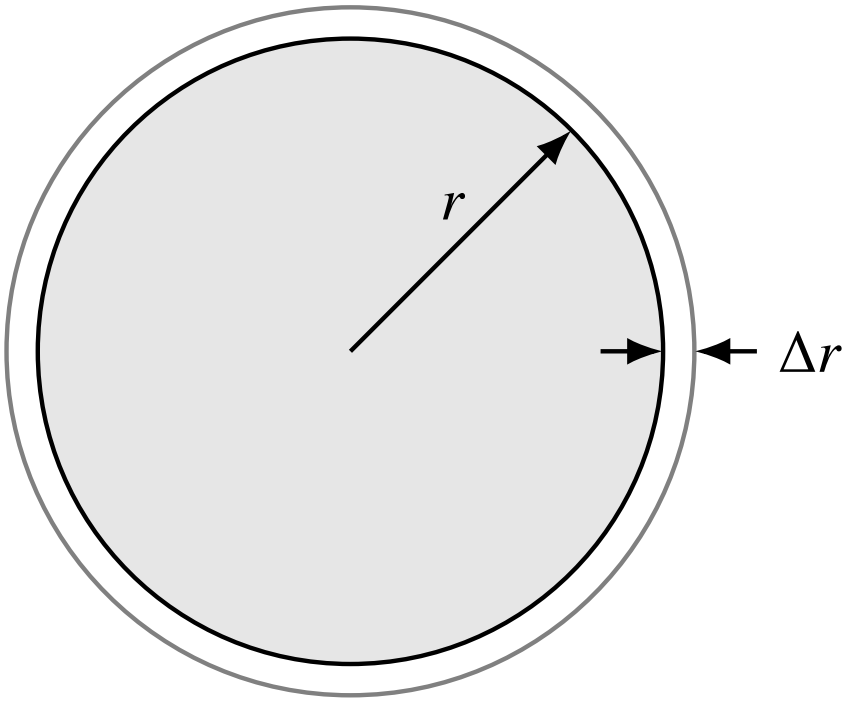
Betrachte kleines Volumenelement der Höhe Δr, Fläche (quer dazu) ΔF, es wirken Gravitationskraft F_G und Druckkräfte F_P von oben und von unten:



Ergibt eine Grundgleichung

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}$$

Grundgleichung Masse, Dichte, Radius



$$\Delta M(r) \equiv M(r + \Delta r) - M(r) = 4\pi r^2 \cdot \Delta r \cdot \rho(r)$$

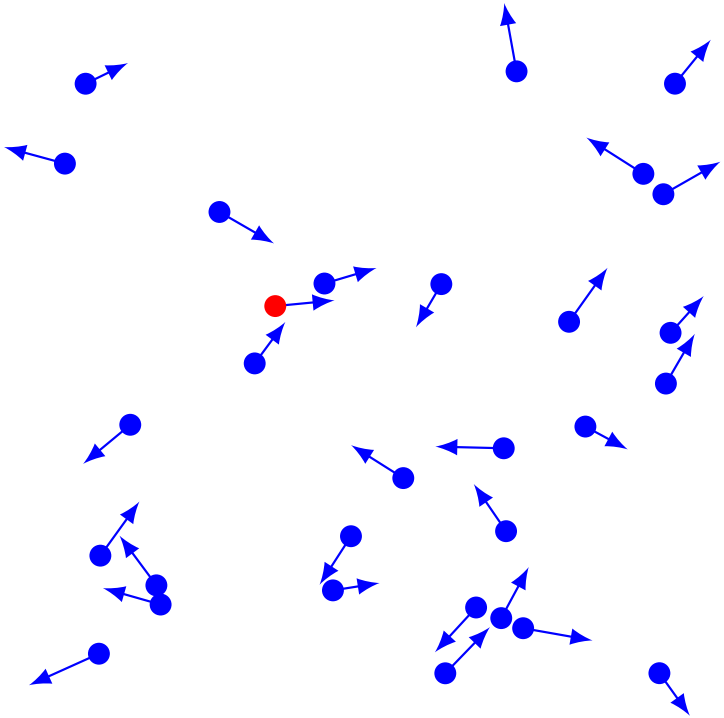
oder, umgeschrieben als Differenzialgleichung,

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2 \cdot \rho(r).$$

Gegendruck Möglichkeit 1: thermischer Gasdruck

Ideales Gas:

$$PV = Nk_BT$$



mit

- P Druck
- V Volumen der betreffenden Region
- N Teilchenzahl
- k_B Boltzmann-Konstante
- T Temperatur

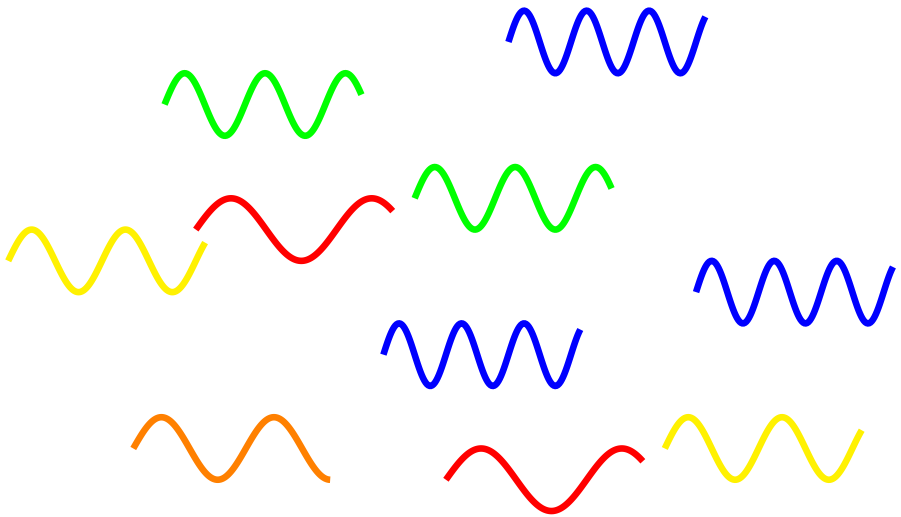
Umschreiben in günstigere Form mit $\mu m_p N$ der Masse im Volumen V (m_p Protonenmasse, μ Durchschnitts-Massenzahl der Atome in V):

$$\mu m_p PV = \mu m_p N k_B T = V \rho k_B T \quad \Rightarrow \quad P = \frac{k_B}{\mu m_p} \cdot \rho \cdot T.$$

Gegendruck Möglichkeit 2: Strahlungsdruck

Lichtteilchen / Photonen mit Frequenz ν haben Impuls

$$p = E/c = h\nu/c$$



Strom von Photonen erzeugt Impulsübertrag pro Zeiteinheit pro Flächeneinheit $\Rightarrow$ Strahlungsdruck:

$$P_{rad} = \frac{4\sigma_{SB}}{3c} T^4 = \frac{1}{3}\varepsilon$$

(Plausibilität: ε ist Energiedichte nach Stefan-Boltzmann, Impuls verteilt sich auf drei unabhängige Richtungen, Impulsübertrag nur senkrecht zur Begrenzungsfläche)

Vereinfachtes Modell $\rho = const.$

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}$$

Vereinfachte Lösung für Festkörper: Annehmen, dass Dichte ρ konstant ist, insbesondere also

$$M(r) = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Damit und mit $P(R) = 0$ (kein äußerer Druck):

$$P(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho^2(R^2 - r^2).$$

Vereinfachtes Modell $\rho = const.$ – Zentraldruck

Alternativ: Umschreiben in Abhängigkeit von der Gesamtmasse M:

$$P(r) = \frac{3}{8\pi^2}\frac{GM^2}{R^4}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right).$$

Zentraldruck $P(r = 0)$:

$$P(0) = \frac{3}{8\pi}\frac{GM^2}{R^4} = 10^9\,\text{bar}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2\left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-4}.$$

(Gerundet entspricht 1 bar unserem normalen Luftdruck auf der Erde auf Meereshöhe.)

Zentraltemperatur vereinfachtes Modell Gasdruck

Annahme: Gegendruck wird durch thermischen Druck aufgebracht,

$$P = \frac{k_B}{\mu m_p} \cdot \rho \cdot T.$$

Dann

$$T(0) = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\mu m_p}{k_B} \cdot P(0) = \frac{4}{3}\pi \frac{R^3}{M} \cdot \frac{\mu m_p}{k_B} \cdot P(0) = \frac{1}{2} \frac{G \mu m_p}{k_B} \cdot \frac{M}{R}$$

$$= \mu \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)\left(\frac{R_\odot}{R}\right) \cdot 10^7 \,\mathrm{K}.$$

Extrem heiße Temperaturen!

Zentraltemperatur vereinf. Modell Strahlungsdruck

Annahme: Gegendruck wird durch Strahlungsdruck aufgebracht,

$$P_{rad} = \frac{4\sigma_{SB}}{3c} T^4$$

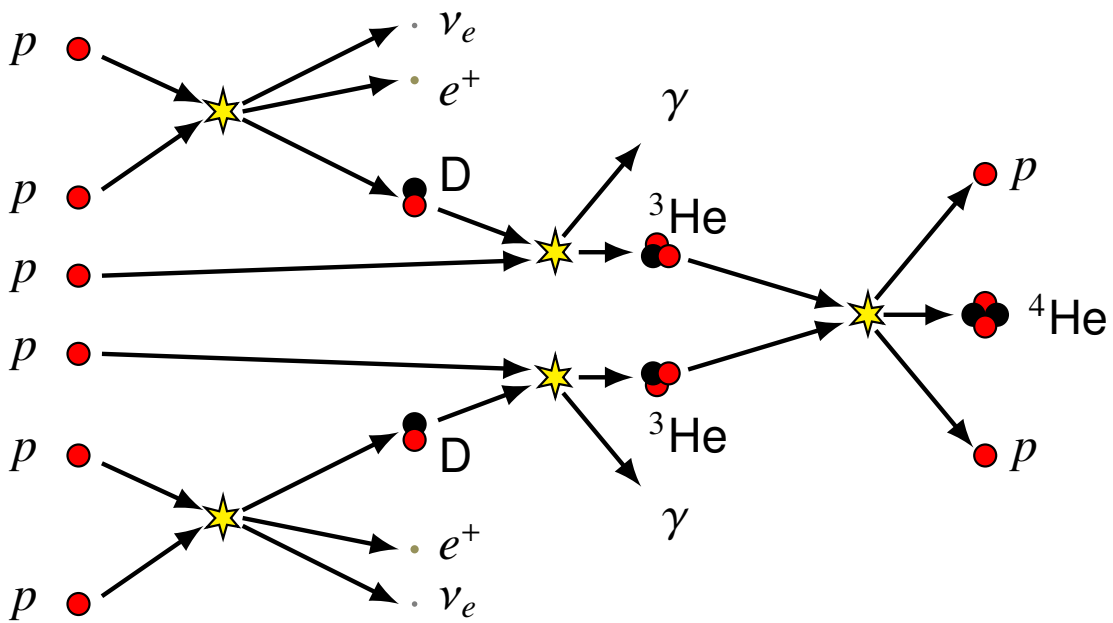
Dann

$$T(0) = \left(\frac{9}{32\pi} \cdot \frac{Gc}{\sigma_{SB}}\right)^{1/4} \frac{\sqrt{M}}{R} = 2.7 \cdot 10^7 \,\mathrm{K} \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-1}.$$

Andere Abhängigkeit von R, M, aber gleiche Größenordnung wie bei Gasdruck!

Kernfusion

Kombination aus hohen Temperaturen, hohen Dichten, chemische Zusammensetzung überwiegend Wasserstoff: **Kernfusion**



Details zu den Mechanismen in der Vorlesung am 16.1.2018. Hier erst einmal wichtig: In Abhängigkeit von Temperatur/Dichte lokale Energiefreisetzung durch Kernfusion

Leuchtkraft eines Sterns

$L(r)$: pro Zeiteinheit durch die Kugel mit Radius r fließende Energie
Energieerzeugungsrate: Region am Radius r mit Masse Δm erzeugt

$$\Delta L = \varepsilon \cdot \Delta m.$$

Aus der Kernphysik folgt

$$\varepsilon \sim \rho\, T^{\nu}$$

mit von der Reaktion abhängiger Proportionalitätskonstante und Koeffizient $\nu = 4 \ldots 100$.

Leuchtkraft eines Sterns: Grundgleichung $\mathrm{d}L/\mathrm{d}r$

Wir hatten schon zwei Gleichungen eines Sterns im Gleichgewicht erwähnt:

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}$$

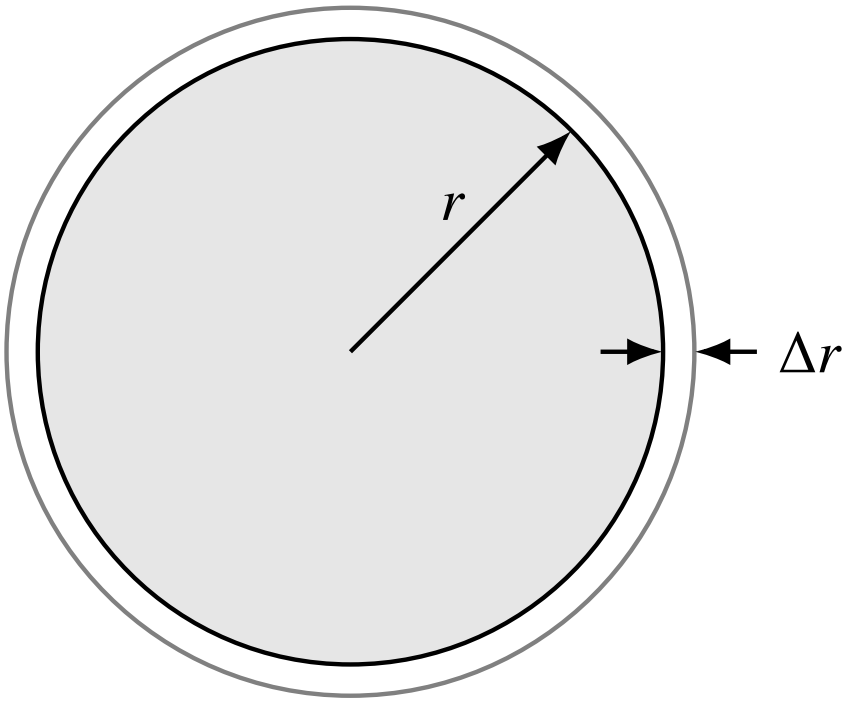
und

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2 \cdot \rho(r)$$

. . . aber das ist nicht alles.

Jetzt da wir wissen, dass im Sterneninneren Energie freigesetzt wird: Wie wird diese Energie transportiert? Wie beeinflusst sie die Struktur?

Leuchtkraft eines Sterns: Grundgleichung $\mathrm{d}L/\mathrm{d}r$



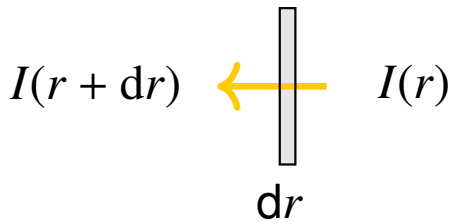
$$\Delta L = \varepsilon \cdot \Delta m = \varepsilon \rho \cdot 4\pi r^2 \cdot \mathrm{d}r$$

also

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}r} = \varepsilon \cdot 4\pi r^2 \cdot \rho(r).$$

Temperaturgefälle und Strahlungsdruck

Anteil an Strahlung, der in einer Schicht absorbiert wird:



Auf Impulsübertrag umrechnen, Intensität I in Leuchtkraft $L(r)$ umrechnen, Strahlungsdruck durch Temperatur ausdrücken (Details im Handout):

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = -\frac{3}{64\pi\sigma_{SB}} \cdot \frac{\kappa\rho(r)}{r^2} \cdot \frac{L(r)}{T^3}$$

mit κ einem Absorptionskoeffizienten (Materialeigenschaft).

Vier Grundgleichungen

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = -\frac{GM(r)\rho(P,T)}{r^2} \qquad \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}r} = \varepsilon(P,T)\cdot 4\pi r^2 \cdot \rho(P,T)$$

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2 \cdot \rho(P,T) \qquad \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = -\frac{3}{64\pi\sigma}\cdot\frac{\kappa(P,T)\,\rho(P,T)}{r^2}\cdot\frac{L(r)}{T^3}$$

Allgemeine Lösungen: Computersimulationen!

(κ, ε auch in Abhängigkeit von r umschreibbar)

Sterne skalieren

Grundprinzip: Ist *irgendeine* Lösung gefunden, kann man durch Skalierung **homologe** Lösungen konstruieren (genaue Vorgehensweise siehe Handout)

Einfaches Mathe-Beispiel: Gleichung für $y(x)$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = ay^2$$

mit Konstante a. Wenn y diese Gleichung löst, dann löst auch $Y = A \cdot y(B \cdot x)$ die Gleichung, solange $A = B$:

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \cdot A \cdot B = ay^2 \cdot A \cdot B = aY^2 \cdot \frac{B}{A}$$

– Schar von Lösungen!

Sterne skalieren

Beim Stern: Definiere dimensionslose Variable $\xi = r/R$ von 0 (Mittelpunkt) bis 1 (Rand).

Alle Kenngrößen als Faktor mal dimensionsloser Funktionsverlauf:

- $M(r) \to M \cdot \mathcal{M}(\xi)$ mit M Gesamtmasse
- $L(r) \to L \cdot \mathcal{L}(\xi)$ mit L Gesamtleuchtkraft
- $\rho(r) \to \overline{\rho} \cdot \varrho(\xi)$ mit $\overline{\rho}$ mittlerer Dichte
- $T(r) = T_c \cdot \mathcal{T}(\xi) = T_{eff} \cdot \mathcal{T}'(\xi)$ mit T_c Zentraltemperatur, T_{eff} Oberflächentemperatur
- $P(r) = P_c \cdot \mathcal{P}(\xi)$ mit P_c dem Zentraldruck

Sterne derselben *Homologieklasse* haben dieselben Funktionsverläufe, aber unterschiedliche Werte für $M, L, T, \overline{\rho}$ etc.

Sterne skalieren

Daraus, das Sterne auf diese Weise *homolog* zueinander sind (nämlich dieselben Funktionsverläufe $\mathcal{M}(\xi), \mathcal{L}(\xi), \ldots$ haben folgen bereits Beziehungen zwischen charakteristischen Größen!

Einfaches Beispiel: Druck-Gravitationsgleichung

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = -\frac{GM(r)\rho(P,T)}{r^2}$$

lässt sich umschreiben als

$$-\left(\frac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}\xi}\right)\frac{\xi^2/G}{\mathcal{M}(\xi)\varrho(\xi)} = \frac{M\overline{\rho}}{P_c R}.$$

Die linke Seite hat aber für alle Sterne dieser Homologieklasse denselben Wert — also auch die rechte Seite!

Sterne skalieren

Aus unserem Beispiel folgt deswegen

$$\frac{M_1 \overline{\rho}_1}{P_{c1} R_1} = \frac{M_2 \overline{\rho}_2}{P_{c2} R_2}$$

für zwei homologe Sterne 1 und 2 – ohne die Gleichungen zu lösen!

Alternative Schreibweise:

$$M \overline{\rho} \sim P_c R.$$

Aus den anderen Grundgleichungen lassen sich ähnliche Beziehungen ableiten und miteinander kombinieren.

Relationen für homologe Sterne

Nutze Grundgleichung, ideale Gasgleichung $PV \sim MT$, schwarze-Körper-Beziehung $L \sim R^2 T^4$:

$$\overline{\rho} \sim \frac{M}{R^3} \qquad L \sim M^3 \qquad R \sim M^{\frac{\nu-1}{\nu+3}}$$

mit Kombinationsmöglichkeiten wie

$$L \sim T_{eff}^{\frac{12(\nu+3)}{\nu+11}}$$

bei $\nu = 4 \ldots 100$ für unterschiedliche Kernreaktionen.

Sterndaten-Statistik

System	Period (days)	V B-V	Spectral type	Mass (Msun)	Radius (Rsun)	Surface gravity (cgs)	log Teff (K)	log (L/Lsun)	[M/H] (dex)	References and notes
V3903 Sgr	1.744	7.27 0.06	O7_V O9_V	27.27 ± 0.55 19.01 ± 0.44	8.088 ± 0.086 6.125 ± 0.060	4.058 ± 0.016 4.143 ± 0.013	4.580 ± 0.021 4.531 ± 0.021	5.087 ± 0.029 4.658 ± 0.032		Vaz et al. (1997A&A...327.1094V)
V467 Vel	2.753	10.90 0.00	O6_Vf B1_V	25.3 ± 0.7 8.25 ± 0.17	9.99 ± 0.09 3.49 ± 0.03	3.842 ± 0.016 4.268 ± 0.017	4.559 ± 0.031 4.402 ± 0.046	5.187 ± 0.126 3.649 ± 0.110		Michalska et al. (2013MNRAS.429.1354M)
EM Car	3.414	8.38 -0.31	O8_V O8_V	22.89 ± 0.32 21.43 ± 0.33	9.35 ± 0.17 8.34 ± 0.14	3.856 ± 0.017 3.926 ± 0.016	4.531 ± 0.026 4.531 ± 0.026	5.02 ± 0.10 4.92 ± 0.10		Andersen & Clausen (1989A&A...213..183A)
DN Cas	2.311	9.93 0.53	O8_V B0.2_V	19.04 ± 0.07 13.73 ± 0.05	7.22 ± 0.06 5.79 ± 0.06	4.000 ± 0.009 4.270 ± 0.010	4.507 ± 0.014 4.447 ± 0.017	4.70 ± 0.06 4.27 ± 0.08		Bakış et al. (2016PASA...33...46B)
Y Cyg	2.996	7.32 -0.09	O9.8_V O9.8_V	17.72 ± 0.35 17.73 ± 0.30	5.785 ± 0.091 5.816 ± 0.063	4.161 ± 0.014 4.157 ± 0.010	4.521 ± 0.003 4.525 ± 0.003		0.00 ± 0.00	Harmanec et al. (2014A&A...563A.120H)
V478 Cyg	2.881	8.63 -0.29	O9.5_V O9.5_V	16.67 ± 0.45 16.31 ± 0.35	7.423 ± 0.079 7.423 ± 0.079	3.919 ± 0.015 3.909 ± 0.013	4.484 ± 0.015 4.485 ± 0.015	4.63 ± 0.06 4.63 ± 0.06		Popper & Hill (1991AJ....101..600P) Popper & Etzel (1981AJ.....86..102P)
AH Cep	1.775	6.81	B0.5_V	15.2 ± 0.2	6.38 ± 0.11	4.02 ± 0.04	4.476 ± 0.029			Holmgren et al. (1990A&A...236..409H)

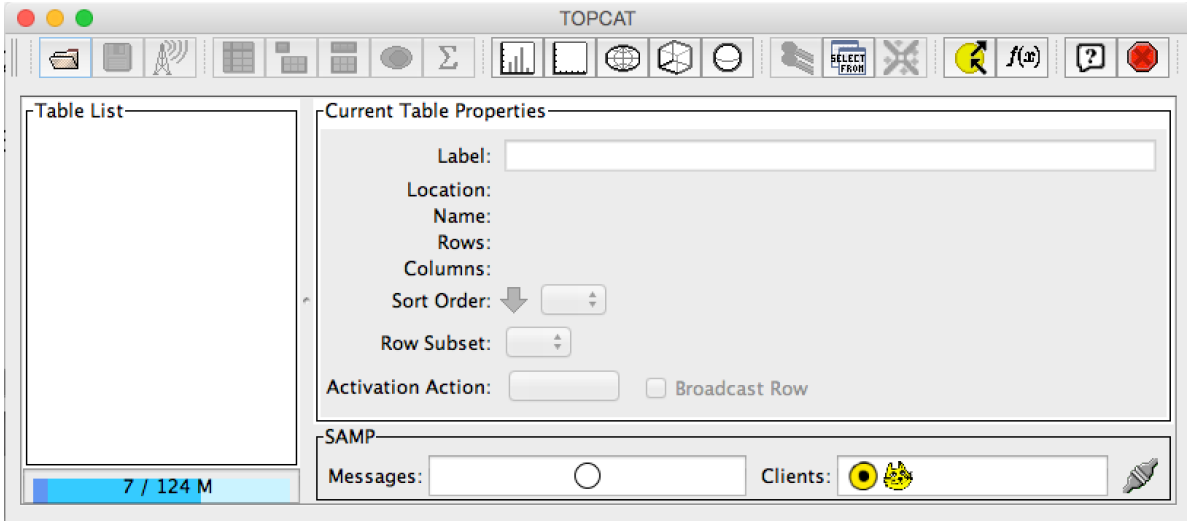
DEBCat: Katalog separat beobachtbarer Doppelsterne, die voreinander vorbeilaufen (sich gegenseitig bedecken)

Stand 10.10.2017: 195 Doppelsterne, davon 162 mit bekanntem Abstand (Leuchtkraft L bestimmbar)

$\Rightarrow$ 324 Sterne mit Massen, Radien, Leuchtkraft, Temperatur

Southworth 2008ff.: DEBCat: catalogue of the physical properties of well-studied eclipsing binaries

Sterndaten anschauen wie die Profis: TOPCAT

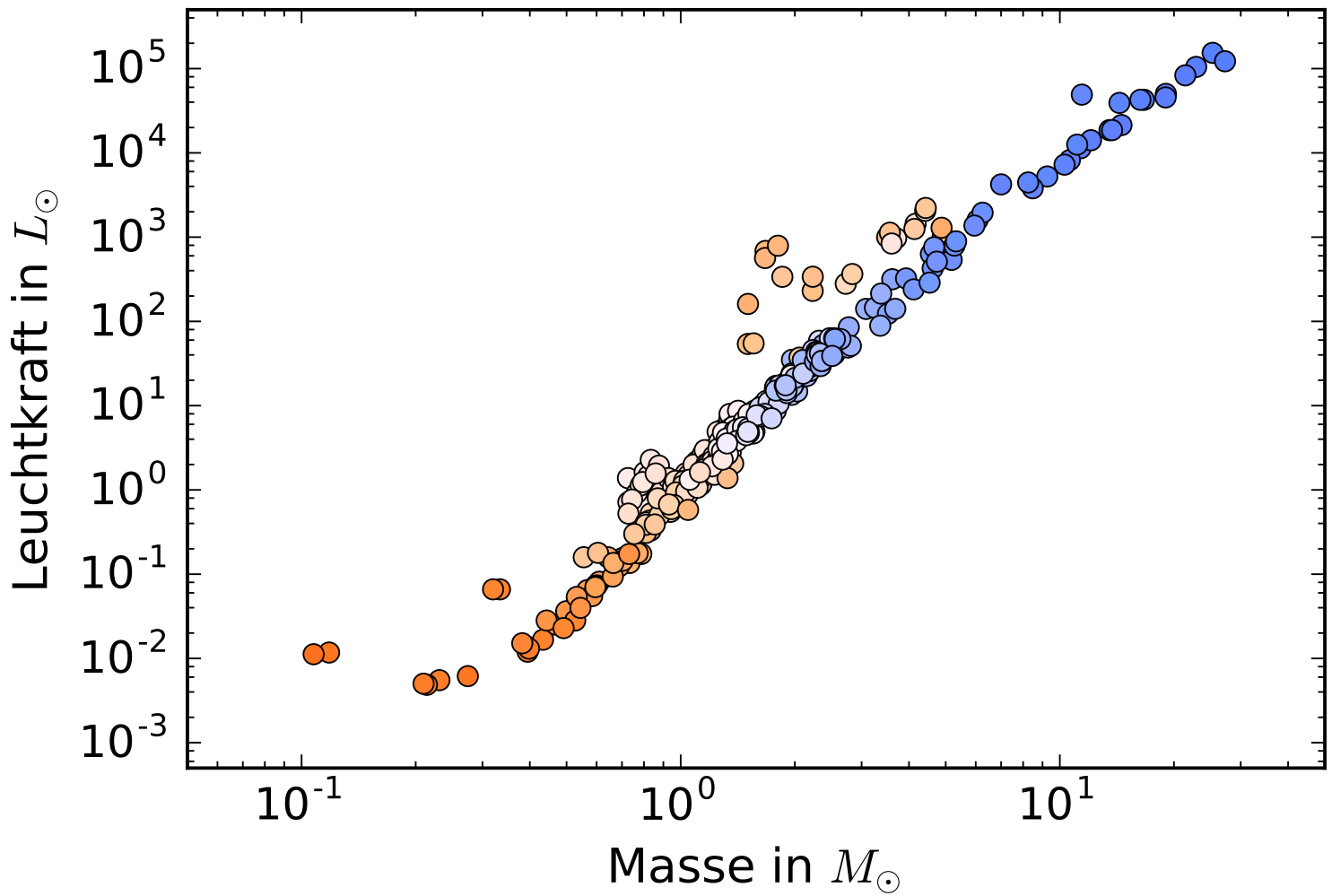


http://www.star.bris.ac.uk/ mbt/topcat/

Bietet die Möglichkeiten, Histogramme und (bis zu 3D)-Diagramme anzufertigen und auf diese Weise seine Daten zu erkunden.

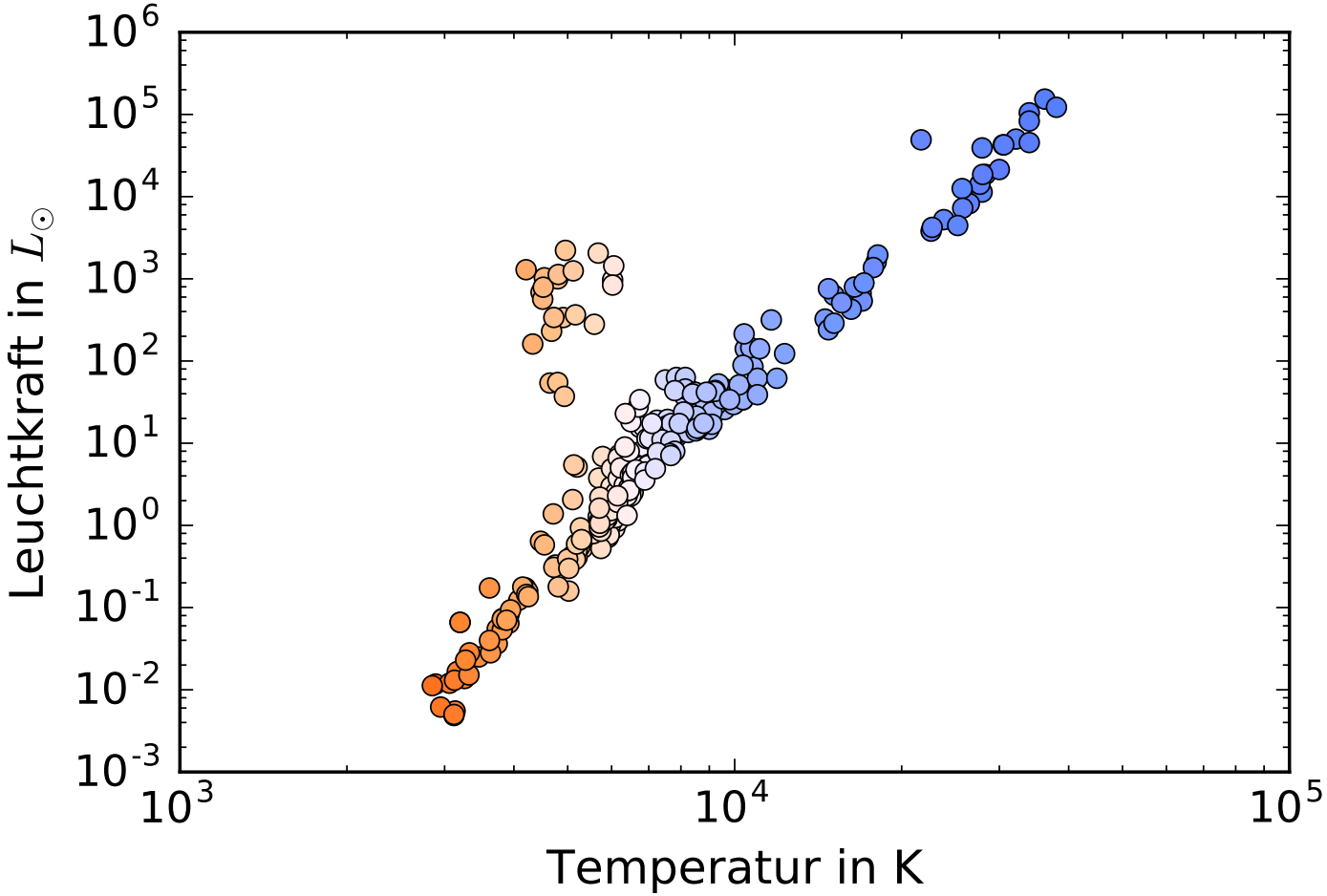
Sterndaten-Statistik: xy-Plots

Leuchtkraft (x-Achse) vs. Masse (y-Achse) [Farbe zeigt Temperatur]



xy-Plot Temperatur vs. Leuchtkraft

Sogenanntes Hertzsprung-Russell-Diagramm (oft als Farben-Helligkeits-Diagramm):



Fazit Sternklassen

Sterneigenschaften für unsere zwei Klassen separiert

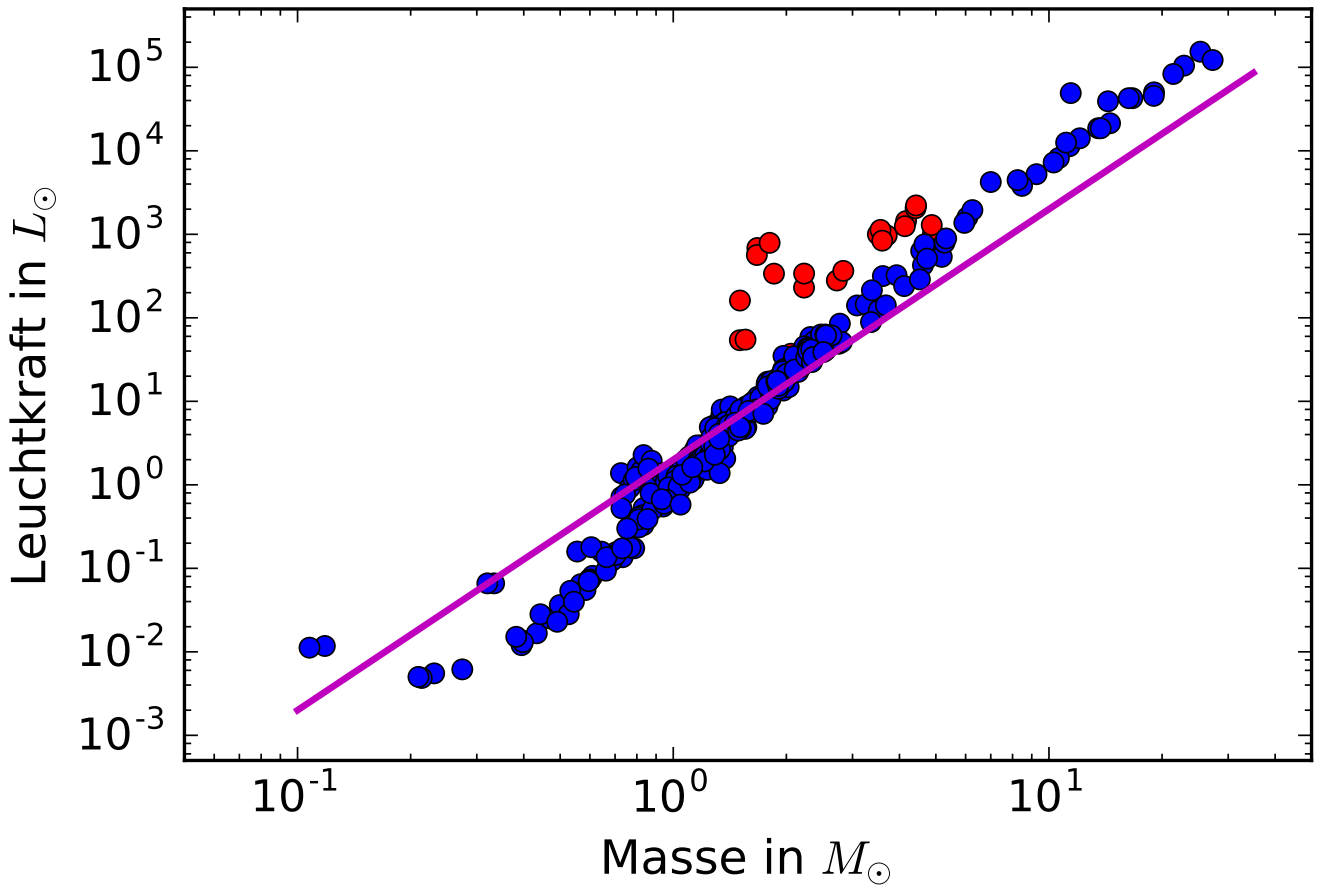
Klasse I	**Klasse II**
Leuchtkraft 10^{-3} bis $10^{5}\ L_\odot$	Leuchtkraft 10 bis $10^{3}\ L_\odot$
Temperatur 3000 bis 40 000 K (= rötlich bis bläulich)	4000 bis 6000 K (=rötlich)
Radius 10^{-1} bis $10^{0}\ R_\odot$	Radius 10 bis $10^{2}\ R_\odot$
Dichte 10^{-2} bis $10^{0}\ \rho_\odot$	Dichte 10^{-6} bis $10^{-3}\ \rho_\odot$
Potenzgesetz $L \sim M^{\alpha}$	
Potenzgesetz $L \sim T^{\beta}$	L und T in begrenztem Bereich

Fazit Sternklassen

Sterneigenschaften für unsere zwei Klassen separiert

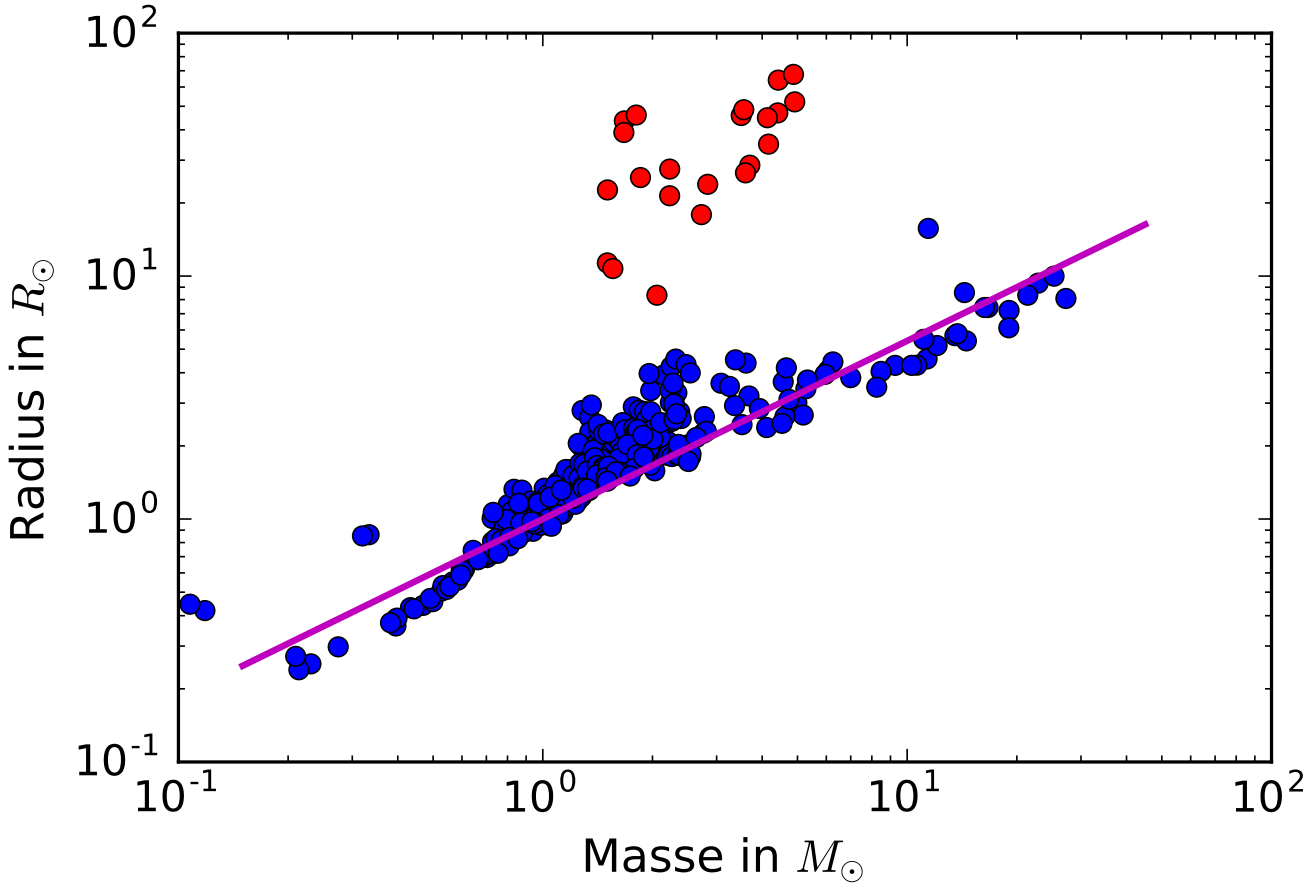
Hauptreihensterne	**Rote Riesen(sterne)**
Leuchtkraft 10^{-3} bis $10^{5}\ L_\odot$	Leuchtkraft 10 bis $10^{3}\ L_\odot$
Temperatur 3000 bis 40 000 K (= rötlich bis bläulich)	4000 bis 6000 K (=rötlich)
Radius 10^{-1} bis $10^{0}\ R_\odot$	Radius 10 bis $10^{2}\ R_\odot$
Dichte 10^{-2} bis $10^{0}\ \rho_\odot$	Dichte 10^{-6} bis $10^{-3}\ \rho_\odot$
Potenzgesetz $L \sim M^{\alpha}$	
Potenzgesetz $L \sim T^{\beta}$	L und T in begrenztem Bereich

Test: Masse-Leuchtkraft-Beziehung



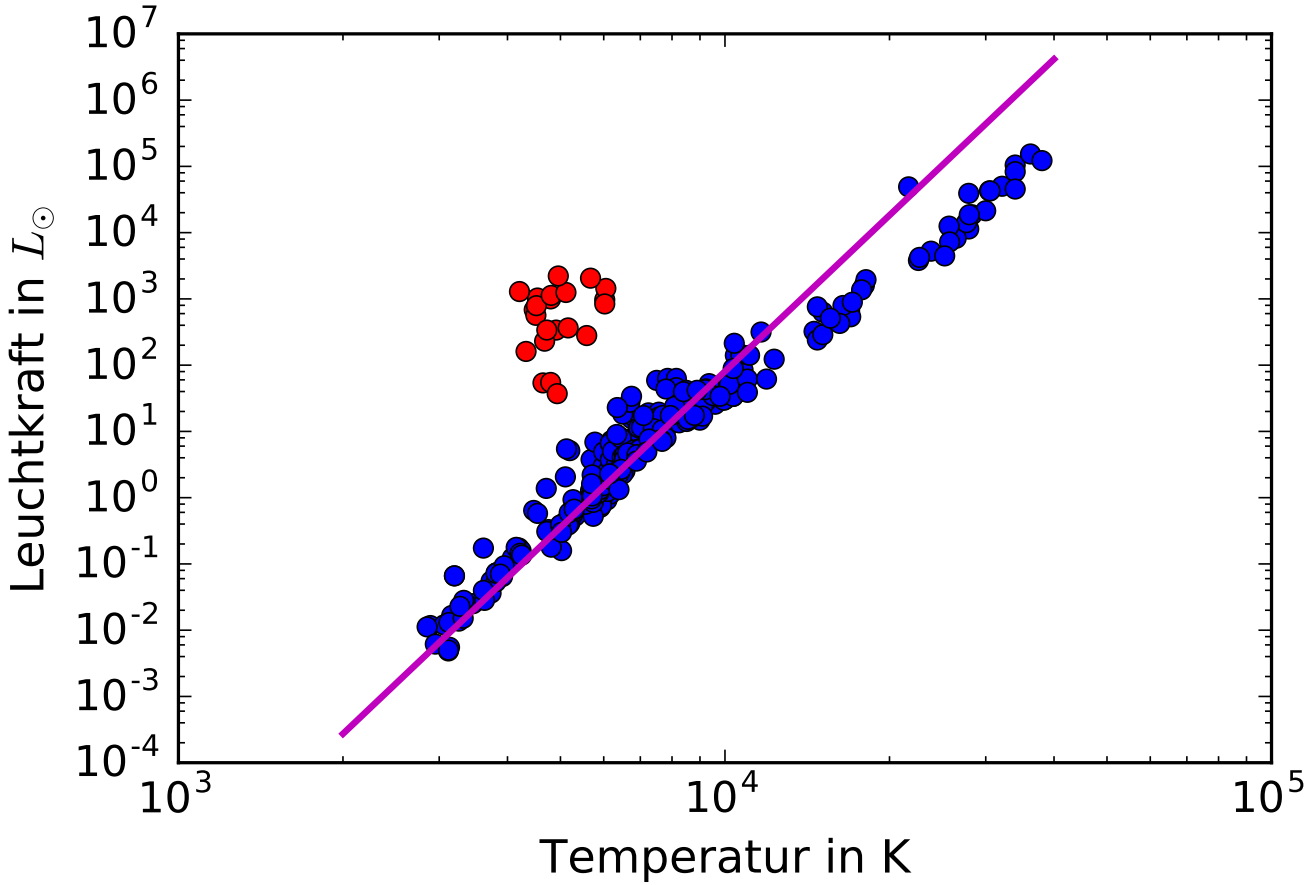
Lila Kurve: $L \sim M^3$ — tatsächlicher Verlauf näher an $L \sim M^4$

Test: Masse-Radius-Beziehung



Lila Kurve: $R \sim M^{\frac{\nu-1}{\nu+3}}$ für $\nu = 12$. Exponent im Wertebereich $0.4 \ldots 1$

Test: Hertzsprung-Russell-Diagramm



$L \sim T_{\text{eff}}^{\frac{12(\nu+3)}{\nu+11}}$ für $\nu = 12$. Exponent im Wertebereich $5.6 \ldots 12$

Leuchtkraft und Zeitskalen

Massebezogener Wirkungsgrad η: Eingesetzte Masse M im Vergleich mit Energiefreisetzung ΔE,

$$\eta \equiv \frac{\Delta E}{Mc^2}.$$

Aus Wirkungsgrad $\eta = 0.007$ für Kernfusion: Lebensdauer der Sonne

$$\tau_\odot = 0.007 \cdot \frac{M_\odot c^2}{L_\odot} \approx 10^{11} \text{ Jahre}$$

Tatsächliche Lebensdauer: 10^{10} Jahre (aktuell: Halbzeit).

Hintergrund: Sonne wird gegen Ende ihres Lebens heller, größeres L; nicht alles an Wasserstoff wird fusioniert (Fusion nur im Zentrum!)

Leuchtkraft und Zeitskalen

Lebensdauer skaliert wie M/L:

$$\tau = \tau_\odot \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)\left(\frac{L_\odot}{L}\right)$$

Nutze unsere Leuchtkraft-Masse-Relation $L \sim M^3$:

$$\tau = \tau_\odot \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-2} = 10^{10}\,\text{Jahre} \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-2}$$

bzw. nach der empirischen Leuchtkraft-Masse-Relation $L \sim M^4$:

$$\tau = \tau_\odot \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-3} = 10^{10}\,\text{Jahre} \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-3}.$$

Leuchtkraft und Zeitskalen

Lebensdauer skaliert wie M/L:

$$\tau = \tau_\odot \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right)\left(\frac{L_\odot}{L}\right)$$

Nutze unsere Leuchtkraft-Masse-Relation $L \sim M^3$:

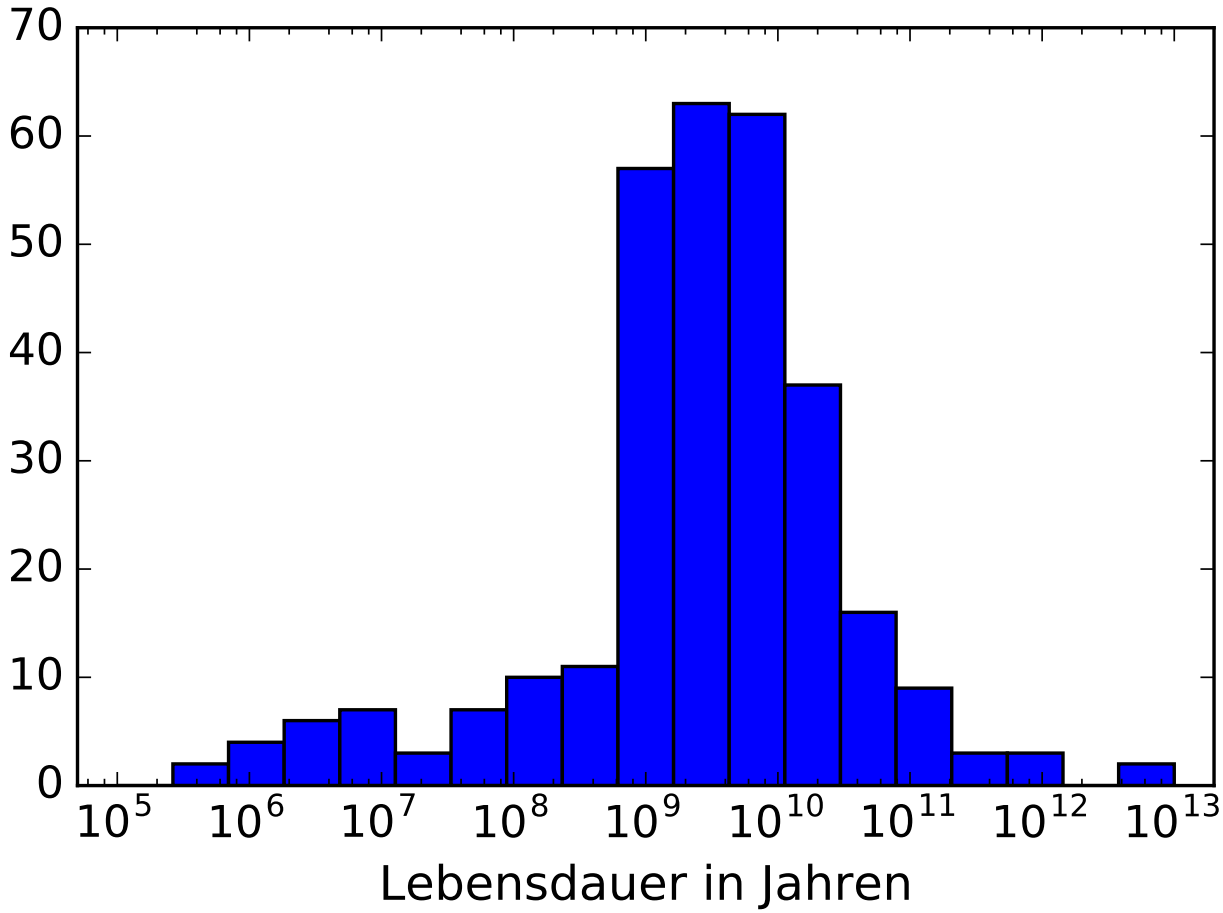
$$\tau = \tau_\odot \cdot \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-2/3} = 10^{10}\,\text{Jahre} \cdot \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-2/3}$$

bzw. nach der empirischen Leuchtkraft-Masse-Relation $L \sim M^4$:

$$\tau = \tau_\odot \cdot \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-3/4} = 10^{10}\,\text{Jahre} \cdot \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-3/4}.$$

Lebensdauern-Statistik Sterne

Für unsere Doppelsterne (nur Hauptreihe):



. . . massereiche Sterne nur einige 100 000 Jahre!

Fragen für kommende Woche

- Was sind Rote Riesen vs. Hauptreihensterne?
- Verrät uns die Umgebung heller Hauptreihensterne etwas über Sternentstehung?
- Wie kommen wir von der statischen Beschreibung zu Sternentwicklungsmodellen?