

# Schwarze Löcher II

Vom Schwarzen Loch bis zum Urknall: Einsteins  
Astrophysik für Nicht-Physiker

**Markus Pössel & Björn Malte Schäfer**

Haus der Astronomie/Institut für Theoretische Astrophysik

7.1.2016

# Globale Struktur und Geometrie

Lösungen, die einfache Schwarze Löcher beschreiben:

**Schwarzschild-Lösung** 1916: statisch, kugelsymmetrisch, keine elektrische Ladung

**Reissner-Nordström-Lösung** (Reissner 1916, Nordström 1918): kugelsymmetrisch, elektrische Ladung  $Q \neq 0$

**Kerr-Lösung** (1963): Ungeladenes ( $Q = 0$ ), rotierendes (Drehimpuls  $J \neq 0$ ) Schwarzes Loch

**Kerr-Newman-Lösung** (Newman et al. 1965) Geladenes ( $Q \neq 0$ ), rotierendes ( $J \neq 0$ ) Schwarzes Loch

# Globale Struktur und Geometrie

Ab den 1960er Jahren: Globale-geometrische Analysen von Schwarzen Löchern

Roger Penrose, Werner Israel, Brandon Carter, Stephen Hawking und andere

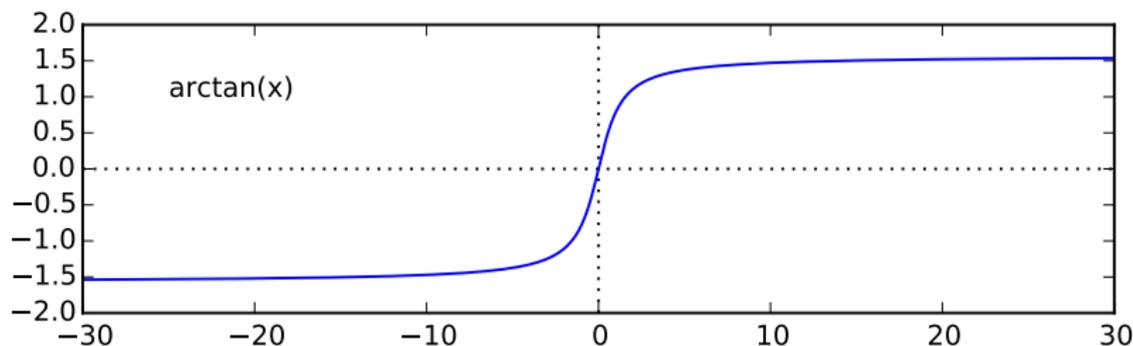
Sehr fortgeschrittenes Thema; die "Bibel" dazu: Stephen Hawking und George Ellis, *The Large-Scale Structure of Spacetime*. Cambridge Univ. Press 1973.

In dieser Vorlesung: Im wesentlichen Prosa, mit einer Ausnahme: Penrose-Diagramme

# Penrose-Diagramme

Penrose-Diagramme (auch: konforme Diagramme, Carter-Penrose-Diagramme): Nutze die Schildkröte!

(Wir hatten in Teil I gesehen, wie ungünstig gewählte Koordinaten den Horizont des Schwarzen Loches hin zu unendlichen Zeitkoordinatenwerten schieben. Jetzt machen wir es umgekehrt und holen die Unendlichkeiten zu uns heran!)



# Penrose-Diagramme

Einfaches Beispiel: Minkowski-Raum (flacher Raum der SRT); betrachte nur  $x$  und  $t$ .

Metrik der Speziellen Relativitätstheorie:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2.$$

Führe "Lichtkoordinaten" ein:

$$u = x - ct \quad \text{und} \quad v = x + ct$$

dann ist die Metrik in diesen Koordinaten:

$$ds^2 = du \cdot dv.$$

# Penrose-Diagramme

Neue Koordinaten mit Schildkröten-Trick:

$$u = \tan(U)$$

$$v = \tan(V)$$

Metrik in den neuen Koordinaten:

$$ds^2 = du dv = \frac{1}{\cos^2(U) \cos^2(V)} dU dV$$

mit  $-\infty < u < +\infty \Leftrightarrow -\pi/2 < U < \pi/2$  und analog für  $v$  vs.  $V$

# Zurück zu (gequetschten) Raum- und Zeitkoordinaten

Führe ein  $X, T$  via

$$U = X - cT \quad \text{und} \quad V = X + cT$$

also Wertebereich  $-\pi/2 < X, cT < +\pi/2$ .

Metrik ist

$$\begin{aligned} ds^2 &= \frac{1}{\cos^2(U) \cos^2(V)} dU dV \\ &= \frac{1}{\cos^2(X - cT) \cos^2(X + cT)} (dX^2 - c^2 dT^2) \\ &= \frac{1}{\left(\frac{1}{2} [\cos(2X) + \cos(2cT)]\right)^2} (dX^2 - c^2 dT^2) \end{aligned}$$

# Lichtausbreitung in den neuen Koordinaten

$$0 = ds^2 = \frac{1}{\left(\frac{1}{2} [\cos(2X) + \cos(2cT)]\right)^2} (dX^2 - c^2 dT^2)$$

hängt nicht von dem Vorfaktor ab - um Lichtausbreitung und damit auch kausale Struktur zu verstehen kann man den Vorfaktor weglassen und

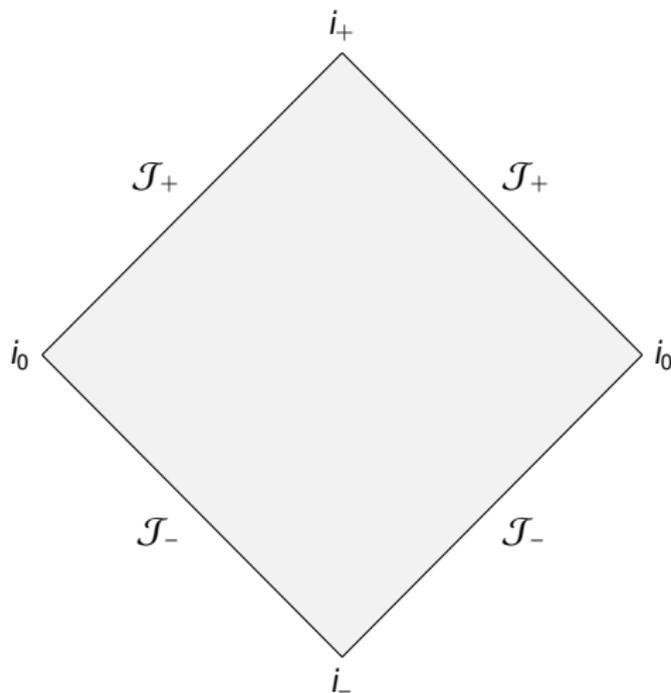
$$d\tilde{s}^2 = (dX^2 - c^2 dT^2)$$

betrachten – auch in den  $X, T$ -Koordinaten ist Lichtausbreitung einfach und linear; in geeigneten Einheiten: Diagonalen im Raumzeit-Diagramm!

„Unendlichkeiten hinzunehmen“ bei  $X, cT = \pm\pi/2$

# Konformes Minkowski-Diagramm

$T$  in Jahren,  $X$  in Lichtjahren,  $c = 1$ :



Verschiedene Arten von Unendlichkeit:

*Räumliche Unendlichkeit*  $i_0$  bei  $t$  endlich,  $|x|$  unendlich

*Zeitliche Zukunfts-Unendlichkeit*  $i_+$  bei  $t \rightarrow +\infty$ ,  $|x|$  endlich

*Zeitliche Vergangenheits-Unendlichkeit*  $i_-$  bei  $t \rightarrow -\infty$ ,  $|x|$  endlich

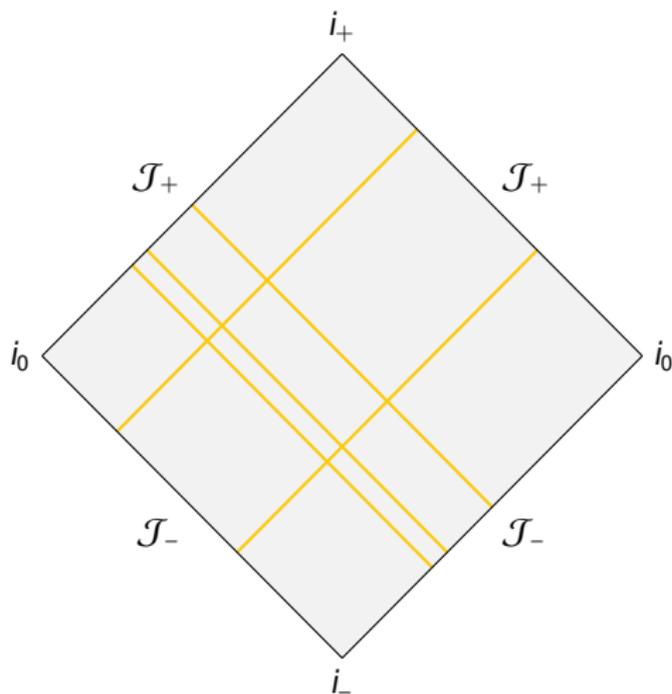
*Lichtartige*

*Vergangenheits-Unendlichkeit*  $\mathcal{J}_-$  bei  $t \rightarrow -\infty$ ,  $|x| \rightarrow \infty$ , aber  $|x| + ct$  endlich

*Lichtartige Zukunfts-Unendlichkeit*  $\mathcal{J}_+$  bei  $t \rightarrow \infty$ ,  $|x| \rightarrow \infty$ , aber  $|x| - ct$  endlich

# Konformes Minkowski-Diagramm

$T$  in Jahren,  $X$  in Lichtjahren,  $c = 1$ :

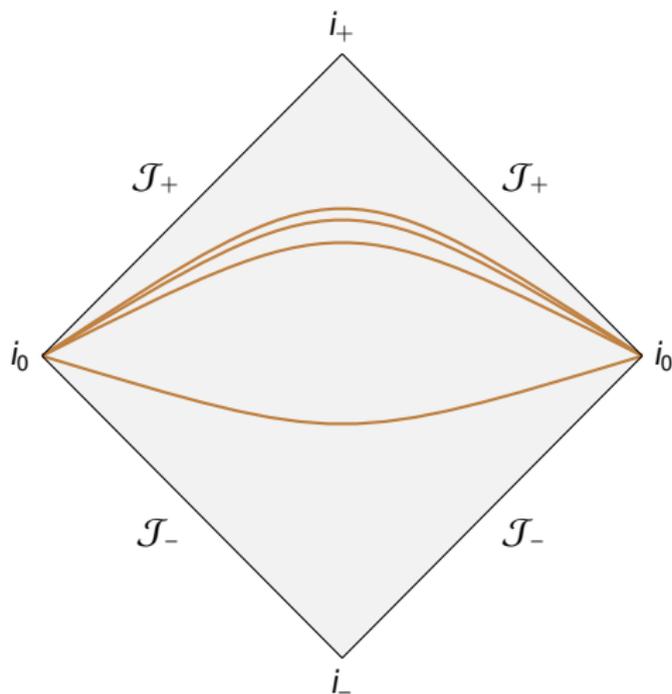


Lichtstrahlen sind in diesem Diagramm nach wie vor diagonal,  $X \pm cT = \text{const.}$

Wenn sie nicht unterbrochen (absorbiert, gestreut etc.) werden, laufe Lichtstrahlen im konformen Diagramm von  $\mathcal{J}_-$  bis  $\mathcal{J}_+$ .

# Konformes Minkowski-Diagramm

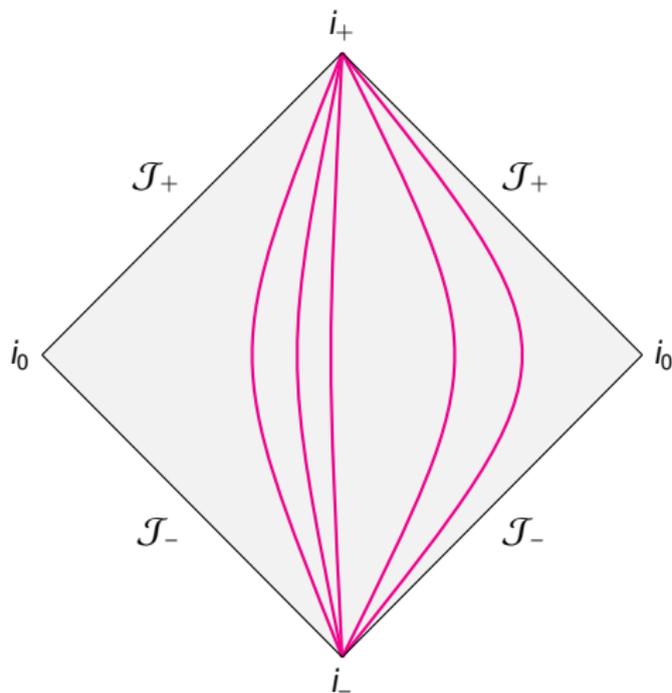
$T$  in Jahren,  $X$  in Lichtjahren,  $c = 1$ :



Jeder Schnappschuss eines unendlich ausgedehnten Objekts endet im Unendlichen bei  $i_0$ .

# Konformes Minkowski-Diagramm

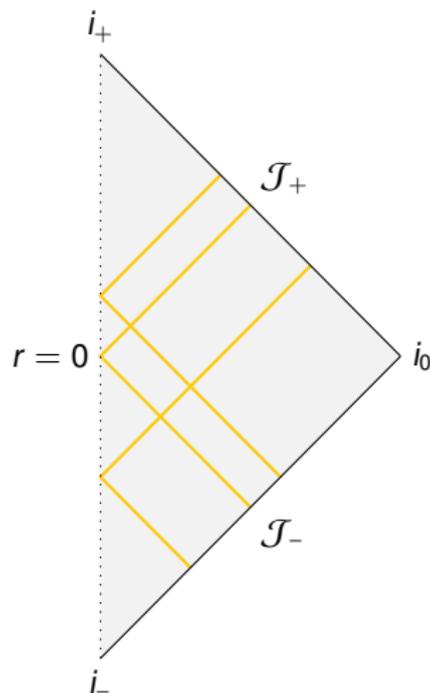
$T$  in Jahren,  $X$  in Lichtjahren,  $c = 1$ :



Jede ununterbrochene Weltlinie eines Teilchens mit Masse  $m > 0$  (zeitartige Bahn) führt von  $i_-$  nach  $i_+$ .

# Konformes Minkowski-Diagramm: Radialkoordinaten

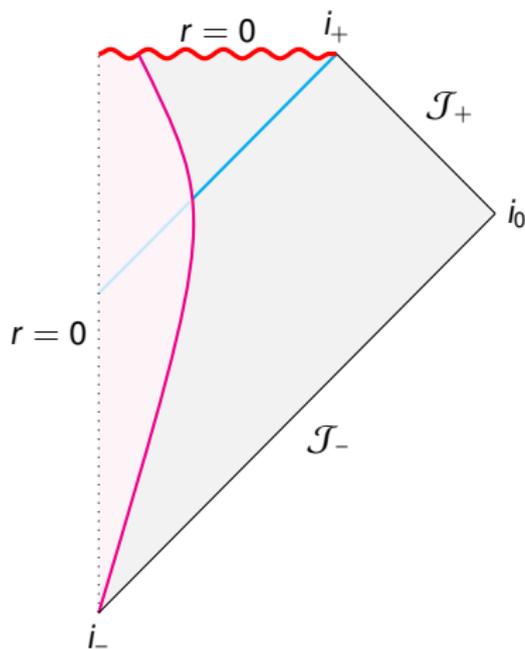
$T$  in Jahren,  $R$  (Radialkoordinate, anstatt von  $X$ ) in Lichtjahren,  $c = 1$ :



Die senkrechte gepunktete Linie ist eine Symmetrielinie - was dort an Licht-Weltlinien hineingeht, kommt senkrecht zur ursprünglichen Richtung wieder heraus

# Konformes Minkowski-Diagramm: Schwarzes Loch

$T$  in Jahren,  $R$  (Radialkoordinate, anstatt von  $X$ ) in Lichtjahren,  $c = 1$ ,  
schematische Darstellung:



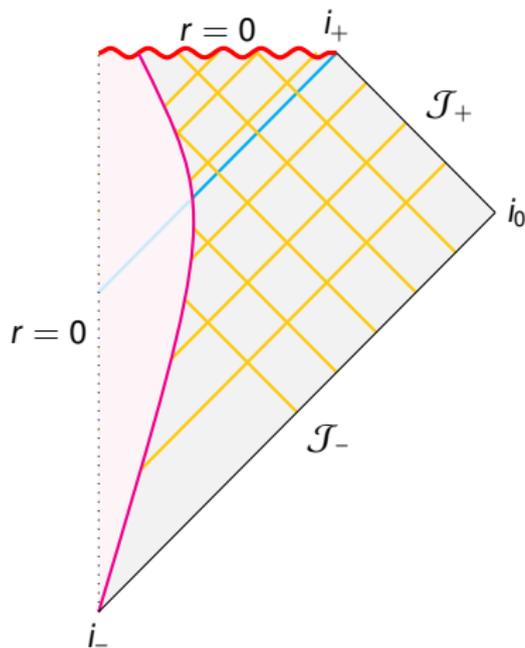
Stern mit Mittelpunkt  $r = 0$   
kollabiert. (Dass es am Anfang  
so aussieht, als expandiere er,  
ist ein Koordinatenartefakt).

Unterschreitet der Stern den  
Schwarzschildradius, entsteht  
ein Horizont.

Hinter dem Horizont verbirgt  
sich eine Singularität. Die  
Singularität ist raumartig!

# Konformes Minkowski-Diagramm: Schwarzes Loch

$T$  in Jahren,  $R$  (Radialkoordinate, anstatt von  $X$ ) in Lichtjahren,  $c = 1$ ,  
schematische Darstellung:



Lichtstrahlen, die außerhalb des Horizonts nach außen laufen, können ins Unendliche entkommen (lichtartige Zukunfts-Unendlichkeit  $\mathcal{J}_+$ ).

Lichtstrahlen innerhalb des Horizonts landen in der Singularität, auch wenn sie eigentlich nach außen laufen.

Radial nach innen laufendes Licht endet auf der Sternoberfläche oder an der Singularität.

# Globale Geometrie

Blick von vorne auf Bündel (Querschnitt):

Weitere allgemeine geometrische Überlegungen:

Wie ändern sich Bündel von Lichtstrahlen in einer allgemeinen Raumzeit?

Daraus lassen sich allgemeine Aussagen folgern!

Bestimmte Resultate hängen nur von Energiebedingungen ab (etwa: „keine exotische Materie“)



⇒  
Vakuum



⇒  
normale  
Materie



⇒  
exotische  
Materie



# Globale Geometrie

Aus solchen allgemeinen Überlegungen folgen Eindeutigkeitsbeweise, Singularitätentheoreme, Analogien zur Thermodynamik.

Dazu in der letzten Vorlesung als Übergang zur Quantengravitation mehr!

Jetzt erst einmal zurück zu astrophysikalischen Beobachtungen

# Nachweis Schwarzer Löcher?

Bislang haben wir zu Schwarzen Löchern kennengelernt:

- Grundlegende Definition
- Spezielle Lösung (Schwarzschild)
- Geometrische Eigenschaften
- Stabilitätsbetrachtungen und Sternevolution: Wir erwarten Schwarze Löcher als Endzustände massereicher Sterne

Aber wie kann man Schwarze Löcher **nachweisen**? (Direkt sehen per Definition nicht!)

# Energiegewinn durch Akkretion

Umkehrung unserer Fluchtgeschwindigkeits-Überlegungen in Teil 1: Körper der Masse  $m$ , der aus dem Unendlichen auf einen kompakten Körper mit Masse  $M$  und Radius  $R$  fällt.

Energieerhaltung (klassische Mechanik, hier als gute Näherung angewandt):

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - m\frac{GM}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - m\frac{GM}{r_2}$$

Einfall aus dem Unendlichen (bzw. aus so großer Entfernung, dass  $mGM/r$  sehr klein ist):  $v_1 = 0$ ,  $1/r_1 \approx 0$ ): Beim Aufprall auf Körper der Größe  $R$

$$E_{kin} = m\frac{GM}{R}.$$

## Einige Werte für die Energieeffizienz

Definiere die (massenbezogene) Energieeffizienz einer Reaktion als

$$\eta \equiv \frac{\text{freigesetzte Energie}}{\text{Ruheenergie der beteiligten Teilchen}}$$

mit Ruheenergie  $E_0 = m_0 c^2$ , mit  $m_0$  der Ruhemasse.

Akkretion von Materie auf einen kompakten Körper (theoretische Obergrenzen):

$$\eta = \frac{GM}{c^2 R} = \left\{ \begin{array}{ll} 10^{-9} & \text{Erde} \\ 10^{-6} & \text{Sonne} \\ 0,2 \text{ ‰} & \text{Weißer Zwerg} \\ 20\% & \text{Neutronenstern} \\ 50\% & \text{Schwarzes Loch} \end{array} \right.$$

# Energieeffizienz Akkretion bei Schwarzen Löchern

Theoretische Obergrenzen sind allerdings zu hoch angesetzt — wirkliche Prozesse mit richtige Akkretionsscheibe ineffizienter.  
Realistisch:

$$\eta_{SL} \leq 6\%$$

Andererseits: Bei rotierenden Schwarzen Löchern wird die umgebende Raumzeit bei der Rotation “mitgeführt”; das kann den Wert wieder etwas anheben (sog. *Penrose-Prozess*). Im Extremfall (Vorhandensein eines Horizonts schränkt Drehimpuls ein als Funktion der Masse):

$$\eta_{SL,rotmax} \leq 42\%$$

# Einige Werte für die Energieeffizienz

Sind 6-42% viel oder wenig?

Alltagsbeispiele: Brennwerte typischer Stoffe

Stoff	Energie pro Masse [MJ/kg]	Effizienz $\eta$
Holz	< 25	$3 \cdot 10^{-16}$
Kohle	< 35	$4 \cdot 10^{-16}$
Öl / Benzin	< 50	$6 \cdot 10^{-16}$
Wasserstoff	140	$2 \cdot 10^{-15}$
Dynamit	7,5	$8 \cdot 10^{-17}$
TNT	4,7	$5 \cdot 10^{-17}$

# Einige Werte für die Energieeffizienz

Kernspaltung (hier: U-235):

$$\eta_{ks} = \frac{200 \text{ MeV}}{235 \cdot 938 \text{ MeV}} = 0,9 \text{ ‰}$$

Kernfusion: pp I (Sonne):

$$\eta_{kf} = \frac{26 \text{ MeV}}{4 \cdot 938 \text{ MeV}} = 0,7\%$$

Mit anderen Worten: **6-42% ist extrem effizient im Vergleich mit allem anderen!**

# Prolog: Durchlässigkeit der Atmosphäre

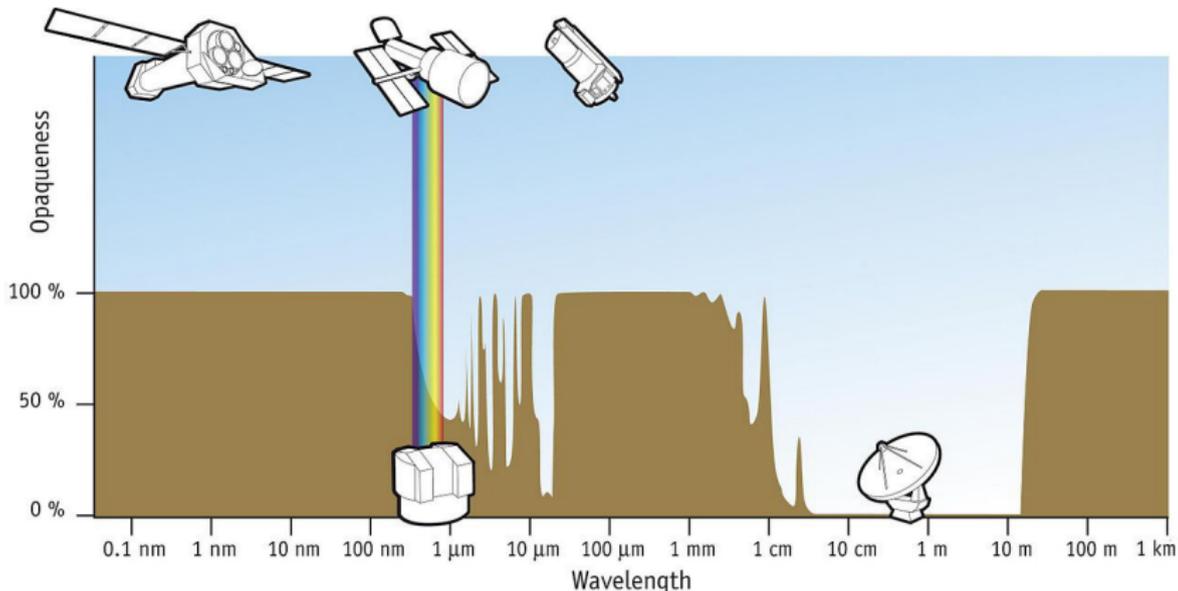


Bild: F. Granato (ESA/Hubble)

# Prolog: Radio- und Röntgenastronomie



Grote Rebers Antenne in Wheaton

Bild Public Domain via Wikimedia Commons

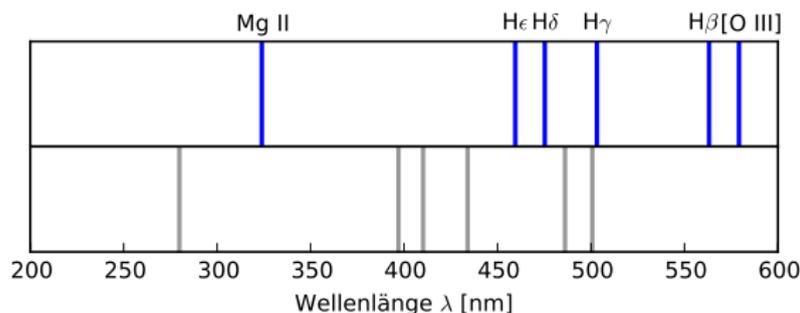


Uhuru-Röntgensatellit (1970–1973)

Bild: NASA via Wikimedia Commons

# Der erste Quasar: 3C 273

Maarten Schmidt 1963: Untersucht Radioquelle 3C 273



Objekt sieht aus wie Stern  
(d.h. strukturlos): Schmidt  
benennt es “Quasistellare  
Radioquelle”, kurz *Quasar*

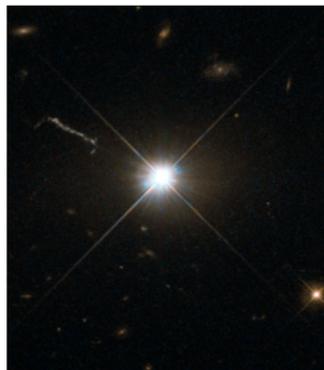


Bild: NASA/ESA Hubble

## 3C 273

Rotverschiebung  $z = 0.158$  entspricht Abstand von rund 2 Milliarden Lichtjahren — mit die entferntesten Objekte überhaupt!

Helligkeit von 3C 273 im optischen:  $m = 12.9$  – zum Vergleich:  $\alpha Cen$  hat  $m = -0.27$  bei Abstand 4.3 Lichtjahren.

Astronomische Helligkeitsskala: Von  $\alpha Cen$  erreicht uns

$$10^{0.4(12.9 - (-0.27))} \sim 185000$$

mehr an Strahlung, trotz der großen Entfernung. Sprich: 3C 273 muss

$$\left(\frac{2 \cdot 10^9}{4.3}\right)^2 \frac{1}{185000} \sim 10^{12}$$

mehr Strahlung aussenden als  $\alpha Cen$ . Vergleich: Milchstraße  
 $\sim 10^{10} L_{\odot}$

# 3C 273

Typisch für Quasare: Helligkeitsvariationen!  
Argument: Plötzliche Veränderung an Objekt mit Ausdehnung  $\Delta x$  erreicht uns (Lichtlaufzeitverzögerung!) über einen Zeitraum  $\Delta x/c$  hinweg  $\Rightarrow$  Zeitskalen für Veränderungen geben Obergrenze für die Größe!

Für Quasare: Variation auf Größenskala von Wochen  $\Rightarrow \Delta x \sim 1000$  AU (also beim Sonnensystem: Innerhalb der Oort'schen Wolke!)

Oft assoziiert mit Ausflüssen, Jets (im exzellenten HST-Bild zu sehen, ca. 200 000 Lj lang!)

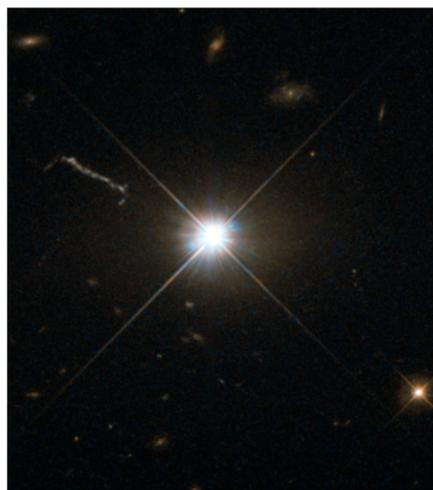


Bild: NASA/ESA Hubble

# Radiogalaxien

Radiogalaxien mit großen Jet- und Lobenstrukturen, hier: Hercules A

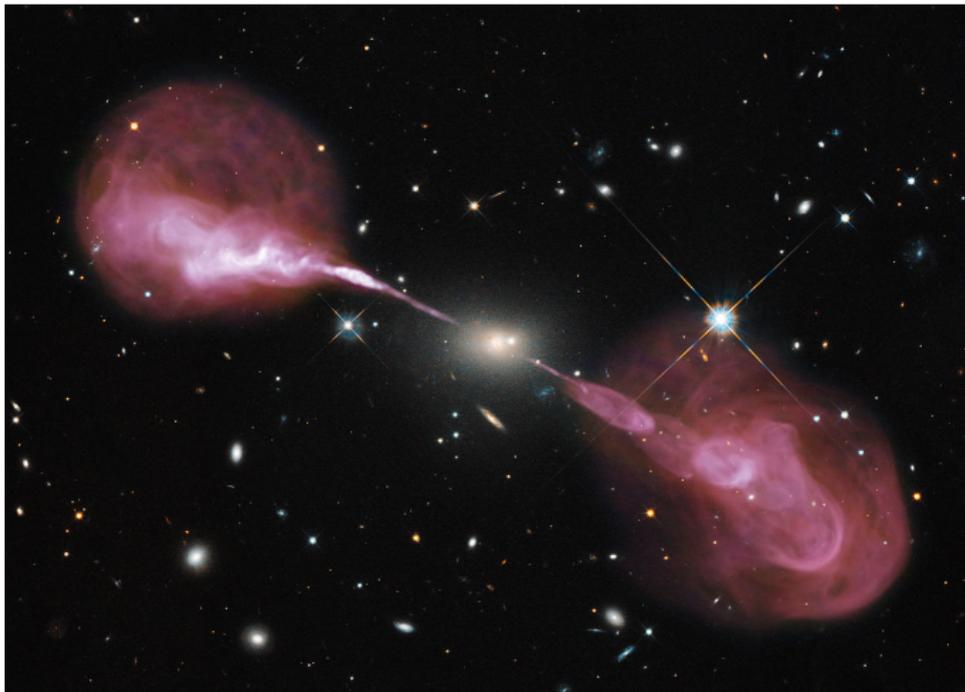
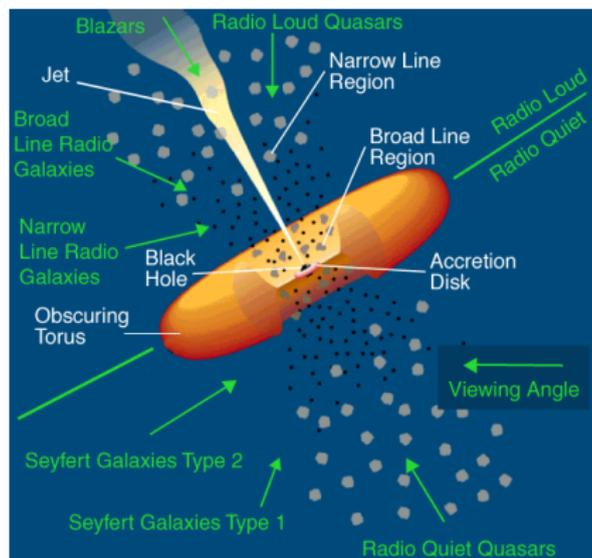


Bild: NASA, ESA, S. Baum and C. O'Dea (RIT), R. Perley and W. Cotton (NRAO/AUI/NSF), and the Hubble Heritage Team  
Markus Pössel & Björn Malte Schäfer (STScI/AURA)

Schwarze Löcher II

# Aktive Galaxienkerne

Ab 1960er Jahren: Texas Symposium on Relativistic Astrophysics (vgl. Schücking 1989)



Heimatgalaxien, Jets, Blickrichtungen etc.: Viele weitere Informationen im Wikipedia-Artikel Aktiver Galaxienkern

# Mikroquasare

Dieselben Prozesse gibt es auch auf kleineren Skalen:  
Mikroquasare bzw. Röntgendoppelsterne wie z.B. Cygnus X-1

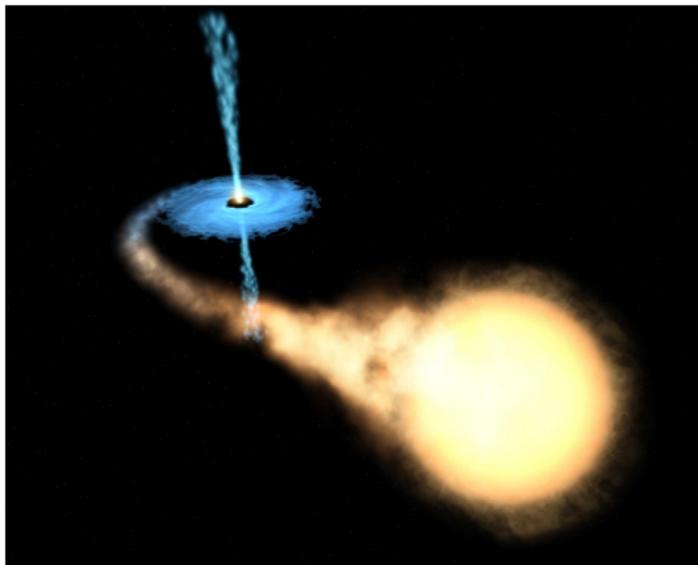


Bild: NASA/ESA

# Schwarzes Loch im Zentrum der Milchstraße



Bild: ESO/S. Guisard ([www.eso.org/~sguisard](http://www.eso.org/~sguisard))

# Schwarzes Loch im Zentrum der Milchstraße

In den 1990er Jahren dank  
Adaptiver Optik an  
Großteleskopen:

Reinhard Genzel (MPI  
Extraterrestrische Physik,  
VLT der ESO)

und

Andrea Ghez (UCLA,  
Keck-Teleskope)

nehmen das Zentrum der  
Milchstraße auf's Korn:  
Sagittarius A\*

Animation: Ghez et al. / UCLA

# Schwarzes Loch im Zentrum der Milchstraße

# Schwarzes Loch im Zentrum der Milchstraße

Sterne seit mittlerweile 20 Jahren verfolgt:

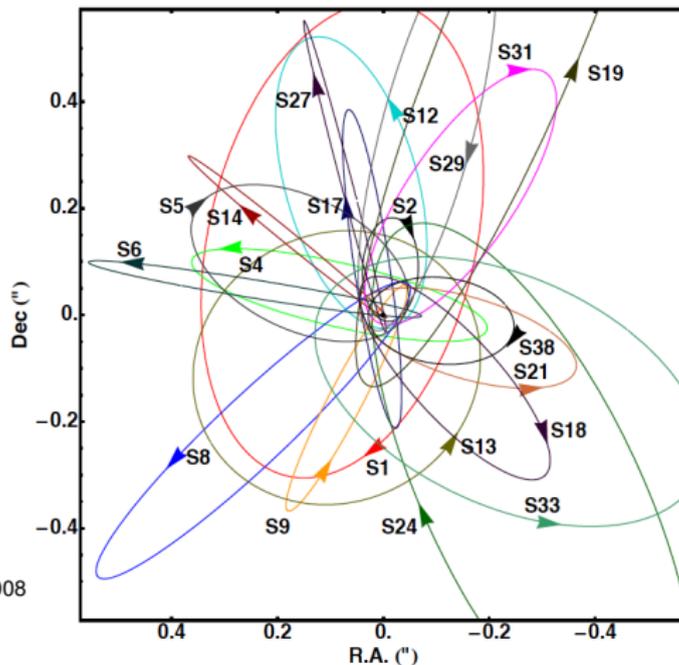


Bild: Gillessen et al. 2008

# Schwarzes Loch im Zentrum der Milchstraße

Sterne seit mittlerweile 20 Jahren verfolgt – Massenbestimmung via Kepler: 2,6 Millionen Sonnenmassen

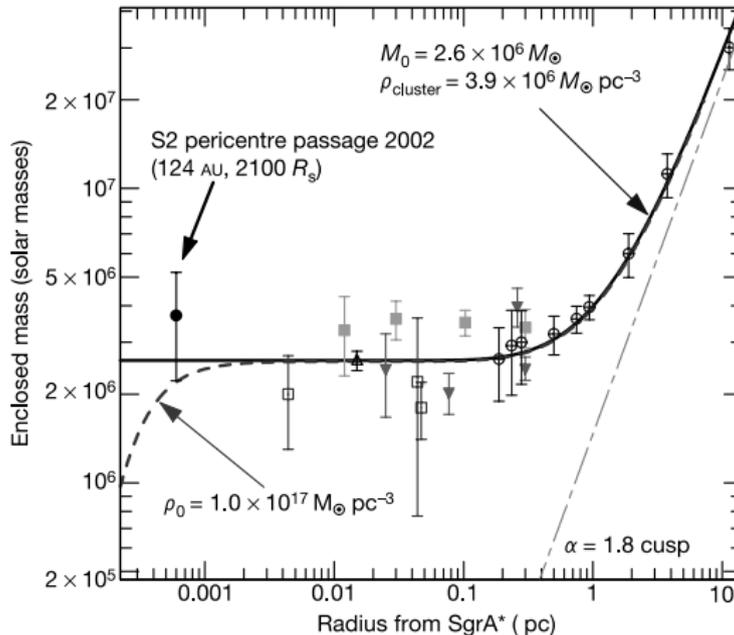


Bild aus Schödel et al. 2002

# Event Horizon Telescope

Haben wir schwarze Löcher tatsächlich nachgewiesen?

Großer Teil der bisherigen Nachweise insbes. bei galaktischen Zentrum: Zu klein für alternative Möglichkeiten (Sternhaufen etc.) – aber einige exotische Möglichkeiten noch nicht ganz ausgeschlossen (Bosonensterne etc.)

Wichtiger Unterschied: Beim Aufprall von Materie schauen, ob das Objekt eine Oberfläche hat

# Event Horizon Telescope

Nachweis Horizont durch direkte Abbildung – Ablenkungseffekte plus Schwarzes Loch?  $\Rightarrow$  Event Horizon Telescope

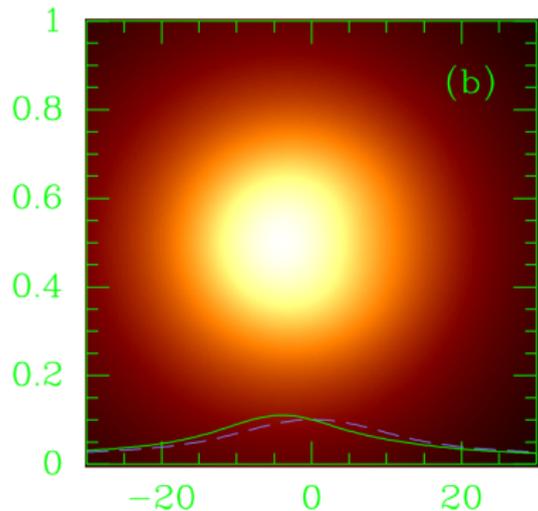
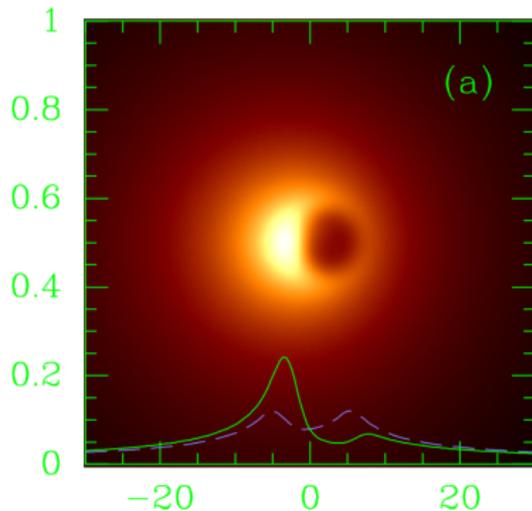
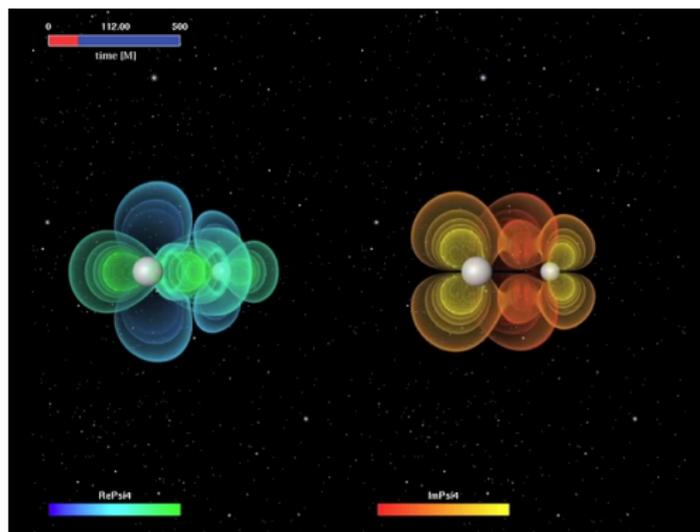


Bild: Falcke et al. 2001

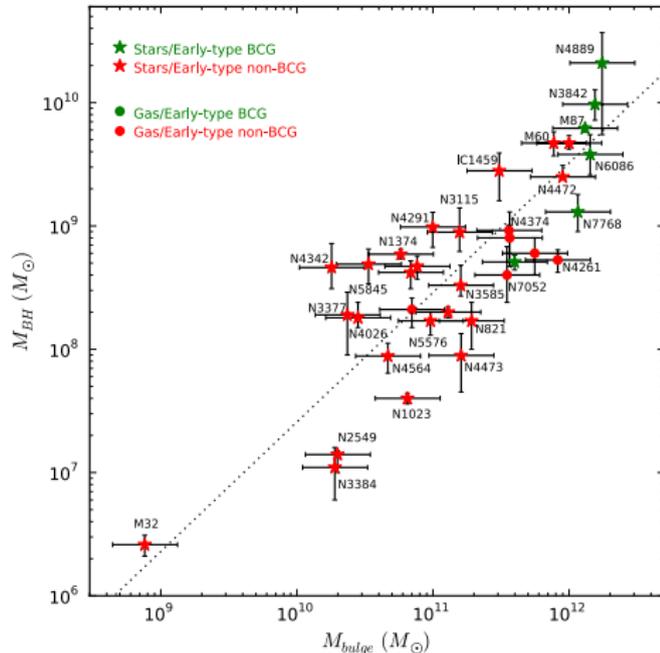
# Gravitationswellen

Nachweis von Gravitationswellen verschmelzender Schwarzer Löcher – Detektoren wie LIGO (Advanced LIGO geht jetzt gerade online), GEO600 etc. sollten Nachweis in den nächsten Jahren führen können



# Ökologie (supermassereicher) Schwarzer Löcher

Zusammenhang Masse der Sterne der Galaxie und Masse zentrales Schwarzes Loch:



Grafik: McConnell & Ma 2013

# Ökologie (supermassereicher) Schwarzer Löcher

Evt. Feedback-Mechanismen in der AGN-Phase?

Rekonstruktion dieser Wechselwirkungen und der Ko-Evolution Galaxien/Schwarze Löcher ist aktuelles Forschungsthema!

# Zusammenfassung

- Schwarze Löcher wichtiger Baustein heutiger Astrophysik
- Stellare Schwarze Löcher als Endzustände massereicher Sterne
- Supermassereiche Schwarze Löcher als Galaxienbausteine
- Aktive Galaxienkerne: Dahinter stecken Schwarze Löcher
- Spannende Beobachtungen in der Zukunft: Gravitationswellen, Horizont