

# **Dynamik: Wie entwickelt sich die Expansion?**

**Kosmologie für Nicht-Physiker**

**Markus Pössel & Björn Malte Schäfer**

Haus der Astronomie/Institut für Theoretische Astrophysik

16.10.2014 bis 29.1.2015

# Inhalt

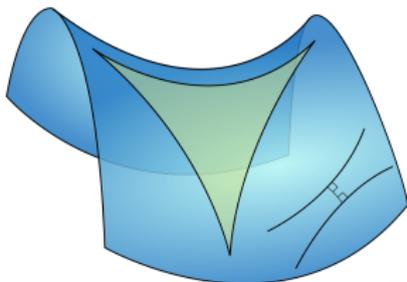
- 1 Die Friedmann-Gleichungen**
- 2 Wie verhält sich Materie?**
- 3 Friedmann-Gleichungen und kosmologische Parameter**
- 4 Einige Lösungen der Friedmann-Gleichungen**
- 5 Geometrie von FLRW-Universen**
- 6 Inflationsphase**

# Skalenfaktor und kosmische Zeit

Wir hatten eingeführt: Skalenfaktor  $a(t)$  und kosmische Zeit  $t$ .

Kosmische Zeit war definiert als: Zeit, die auf Uhren im Hubble-Flow vergeht; Gleichzeitig dergestalt, dass beim Vergleich verschiedener Uhren gleiche Zeiten = gleiche (lokale) Dichtewerte.

In voller allgemein-relativistischer Beschreibung kommt noch hinzu: Krümmungsparameter  $K = 0, -1, +1$ , welcher die allgemeine Raumgeometrie beschreibt: flach, hyperbolisch, sphärisch.



# Reihenentwicklung des Skalenfaktors

Reihenentwicklung (konstanter Term, linearer, quadratischer...)  
um die Jetztzeit  $t_0$  herum:

$$a(t) = a(t_0) + \dot{a}(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}\ddot{a} \cdot (t - t_0)^2 + \dots$$

Neudefinition der Parameter:

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad \text{und} \quad q(t) \equiv -\frac{\ddot{a}(t)a(t)}{\dot{a}(t)^2}$$

und entsprechende Konstanten

$$H_0 \equiv H(t_0) \quad \text{and} \quad q_0 \equiv q(t_0)$$

so dass

$$a(t) = a_0 \left[ 1 + (t - t_0)H_0 - \frac{1}{2}q_0H_0^2(t - t_0)^2 + \dots \right]$$

# Nomenklatur und Werte 1/2

$H(t)$  ist die **Hubble-Funktion** (manchmal irreführend: *Hubblekonstante*)

$H_0 \equiv H(t_0)$  ist die **Hubblekonstante**; aktuelle Messungen zeigen Werte um

$$H_0 = 70 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}} \approx 10^{-10}/a$$

## Nomenklatur und Werte 2/2

Umgang mit der Unsicherheit: Häufige Schreibweise

$$H_0 = h \cdot 100 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$$

um sich nicht zu sehr festlegen zu müssen mit  $h$  der **dimensionslosen Hubblekonstante**.

Kehrwert der Hubblekonstante heißt **Hubblezeit** (entspricht im rein linearen Fall der Zeit seit  $t = 0$  und gibt in anderen Fällen die richtige Größenordnung):

$$\frac{1}{h \cdot 100 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}} \approx h^{-1} \cdot 10^{10} \text{ a.}$$

Ende Vorlesung 15.1.2015

# Gleichungen für $a(t)$

Bislang hatten wir einige Konsequenzen von Änderungen von  $a(t)$  erkundet: Zunahme von Abständen mit  $a(t)$  und die Hubble-Beziehung (Entfernung vs. Rotverschiebung)

Jetzt wollen wir herausfinden, wie die Funktion  $a(t)$  eigentlich aussieht.

Zwei Möglichkeiten:

- 1 Einstein-Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (viel Formalismus benötigt; jenseits des Horizonts dieser Vorlesung)
- 2 Newton'sche Ableitung (Näherung; einige Eigenschaften nicht erklärbar; rechenintensiver als Niveau dieser Vorlesung, daher: Skizze in der Vorlesung, Text mit Rechnung zum Herunterladen im Anschluss)

# Gleichungen für $a(t)$ : Newton'sche Näherung

Newton'sche Ableitung: Betrachte zwei Galaxien – eine unsere eigene (Nullpunkt), die andere eine Galaxie, anhand deren Entfernungsänderung wir  $a(t)$  bestimmen wollen. Rein Newton'sche Überlegungen (inklusive Kugelschalen-Vereinfachungen) führen auf

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3}\rho$$

Wie erwartet: Gravitation der anwesenden Materie bremst die Ausdehnung,  $\rho > 0 \Rightarrow \ddot{a} < 0$ .

Per Hand ergänzen auf Basis der Allgemeinen Relativitätstheorie:  $\rho \rightarrow \rho + 3p/c^2$  führt zur **Friedmann-Gleichung 2. Ordnung**

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + 3\frac{p}{c^2} \right).$$

## Gleichungen für $a(t)$ : Newton'sche Näherung

Wie kann Energieerhaltung im expandierenden Universum aussehen? 1. Hauptsatz:

$$dE = -pdV + \delta Q.$$

In unserem Falle keine Wärmeübertragung „von außerhalb“, also  $\delta Q = 0$ , und Energie ist

$$E = (\rho c^2)V$$

damit wird der erste Hauptsatz zu

$$d\rho + (\rho + p/c^2)\frac{dV}{V} = 0$$

bzw. für den Spezialfall zeitlicher Änderungen

$$\dot{\rho} + (\rho + p/c^2)\dot{V} = 0.$$

# Gleichungen für $a(t)$ : Newton'sche Näherung

Einsetzen von  $V \propto a(t)^3$  ergibt:

$$\dot{\rho} = -3 \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} (\rho + p/c^2) = -3H(t)(\rho + p/c^2).$$

Konkrete Form hängt von der Zustandsgleichung ab

$$p = p(\rho)$$

– an dieser Stelle greifen wir nachher die Entwicklung wieder auf.

# Gleichungen für $a(t)$ : Newton'sche Näherung

Nutze die  $\dot{\rho}$ -Gleichung, um den Druck aus der  $\dot{a}$ -Gleichung zu eliminieren:

$$\dot{a}\ddot{a} = \frac{4\pi G}{3} [2a\dot{a}\rho + a^2\dot{\rho}].$$

Beide Seiten integrieren:

$$\frac{1}{2}(\dot{a})^2 = \frac{4\pi G}{3}\rho a^2 + const.$$

umschreiben zu

$$\frac{\dot{a}^2 + Kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho$$

## Friedmann-Gleichung erster Ordnung

# Friedmann-Gleichungen für $a(t)$

Einstein-Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie liefern genau diese (Friedmann-)Gleichungen:

$$\frac{\dot{a}^2 + Kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G \rho}{3}$$

und für  $\dot{a} \neq 0$  die Gleichung für die Dichte

$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p/c^2) = -3H(t)(\rho + p/c^2).$$

— Energieerhaltung ist bei Einstein mit eingebaut! Kombiniert ergibt sich aus diesen Gleichungen

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + 3\frac{p}{c^2} \right).$$

# Friedmann-Gleichungen für $a(t)$

Bei Einstein ist  $Kc^2$  nicht nur Integrationskonstante, sondern hat eine geometrische Bedeutung [nach Umnormierung auf  $K = + - 1, 0, -1$  durch geeignete Wahl von  $a_0 = a(t_0)$ ]:

- 1  $K = 0 \Rightarrow$  Raumgeometrie ist (lokal) euklidisch
- 2  $K = -1 \Rightarrow$  Raumgeometrie ist (lokal) hyperbolisch
- 3  $K = +1 \Rightarrow$  Raumgeometrie ist (lokal) sphärisch

Das sind die einzigen Möglichkeiten, einen Raum mit homogener und isotroper Geometrie zu haben (entsprechend unseren Grundannahmen zu den Eigenschaften des Universums: homogen und isotrop)

# Abbremsung oder Beschleunigung?

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p/c^2)$$

ergibt Gleichung für den Bremsparameter

$$q_0 = \frac{4\pi G}{3}(\rho_0 + 3p_0/c^2)$$

(mit  $\rho_0$  und  $p_0$  den Werten zur Jetzt-Zeit).

# Unterschiedliche Arten von Materie

Friedmann-Gleichungen enthalten Information über die Eigenschaften von Raum, Zeit und Gravitation. Um sie zu lösen, benötigen wir aber noch mehr: Eigenschaften der im Kosmos enthaltenen Materie!

Schlüssel: **Zustandsgleichung**

$$p = p(\rho)$$

Wir betrachten zunächst einfache Fälle: Staub, Strahlung, Dunkle Energie

# Staub

Staub (kosmologischer Sprachgebrauch für Materie, deren Druck man vernachlässigen kann - z.B. Galaxien im Hubble-Flow):  
Zustandsgleichung

$$p = 0,$$

also

$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}\rho.$$

Lösung:

$$\rho = \rho_0 \cdot \left(\frac{a(t_0)}{a(t)}\right)^3.$$

Wie erwartet bei konstanter Teilchenzahl, Volumen geht mit  $a^3$ .

# Strahlung

Wir hatten beim „Werkzeugsammeln“ gesehen: Strahlungsdruck ist

$$p = \frac{1}{3}\rho c^2,$$

also

$$\dot{\rho} = -4\frac{\dot{a}}{a}\rho.$$

Lösung:

$$\rho = \rho_0 \cdot \left(\frac{a(t_0)}{a(t)}\right)^4.$$

Wie erwartet bei konstanter Photonenzahl, Volumen geht mit  $a^3$ ; zusätzlich Energieverlust jedes Photons proportional zu  $a^{-1}$ .

# Dunkle Energie

Zunächst rein als Gedankenspiel (obwohl es in der Teilchenphysik solche Gleichungen gibt): Was ist mit einer Zustandsgleichung

$$p = -\rho c^2?$$

Das entspricht

$$\dot{\rho} = 0$$

Lösung:

$$\rho = \text{const.}$$

Bei Einstein: entsprechende Gleichungen durch kosmologische Konstante, hier durch besondere Zustandsgleichung. Die Beobachtungen von  $a(t)$  zeigen, dass man solch eine „Materie“ benötigt, insbesondere in

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p/c^2)$$

die bislang einzige Möglichkeit für  $\ddot{a} > 0$ !

# Einheitliche Beschreibung

Ansatz für die Zustandsgleichung  $p = w\rho c^2$ . Dann ergibt

$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p/c^2)$$

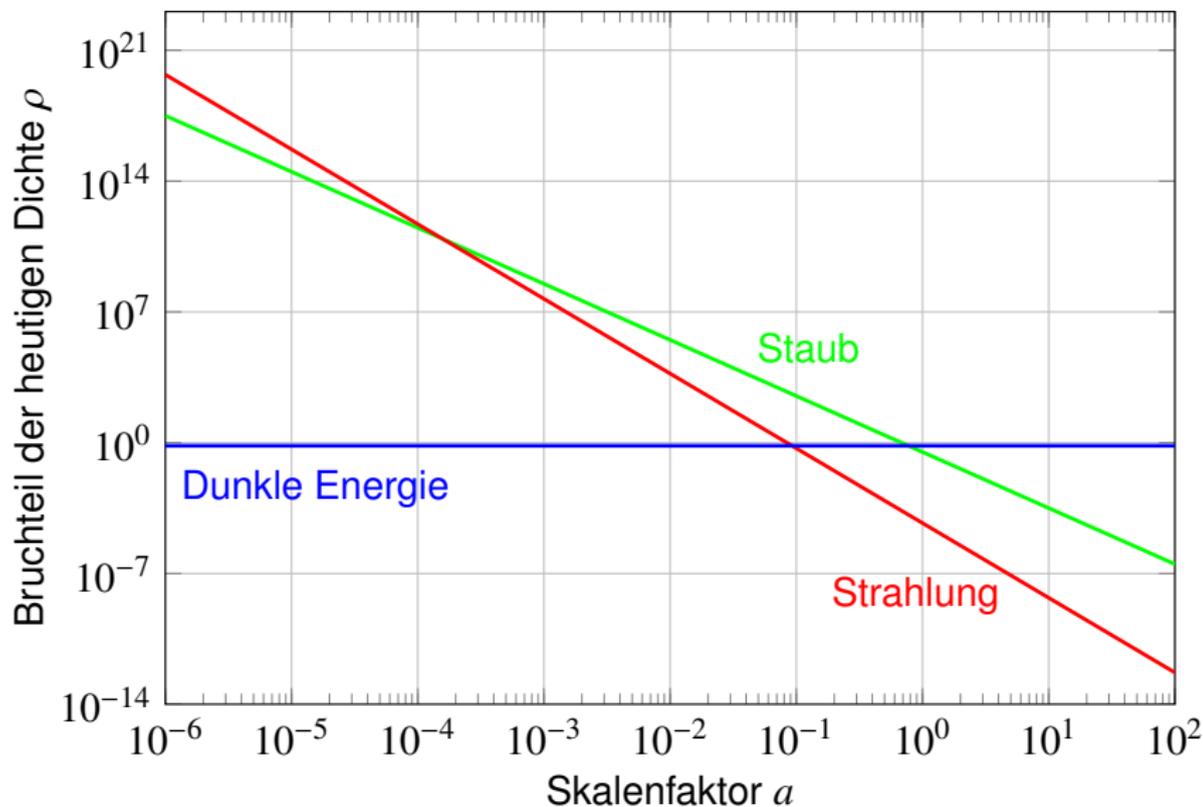
die Gleichung

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3(1+w)\frac{\dot{a}}{a}$$

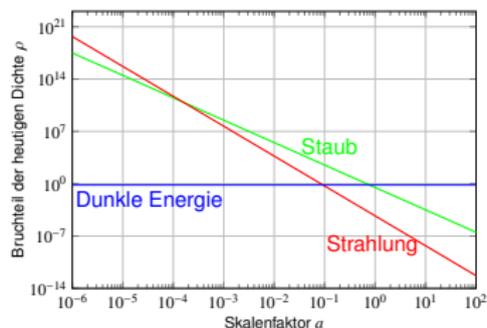
entsprechend

$$\rho \sim a^{-3(1+w)}.$$

# Unterschiedliche Ären des Universums



# Unterschiedliche Ären in Abhängigkeit von $a(t)$



## Zweimal Vorsicht:

- Noch keine Aussage zur zeitlichen Entwicklung — möglicherweise einige  $a$ -Werte gar nicht erreicht!
- In Wirklichkeit kann sich Materie verändern — Teilchen benehmen sich erst wie Staub (nicht-relativistisch), bei kleinerem  $a$  dann wie Strahlung (relativistisch)

# Dichte-Skalierung ausnutzen

Wir können die Friedmann-Gleichungen noch umschreiben, indem wir das Dichte-Skalierungsverhalten der verschiedenen Materieformen ausnutzen:

$$\rho \sim a^{-3(1+w)}$$

mit  $w = 0$  für Staub (=normale Materie, Index  $m$ ),  $w = 1/3$  für Strahlung (Index  $\gamma$ ),  $w = -1$  für Dunkle Energie (Index  $\Lambda$ ) heißt schließlich

$$\rho_m(t) = \rho_m(t_0) \frac{a(t_0)^3}{a(t)^3}, \quad \rho_\gamma(t) = \rho_\gamma(t_0) \frac{a(t_0)^4}{a(t)^4}, \quad \rho_\Lambda(t) = \rho_\Lambda(t_0)$$

# Neue Form der Friedmann-Gleichung erster Ordnung

Annahme: Keine starke Wechselwirkung zwischen unterschiedlichen Materiekomponenten; Dichte ist schlicht die Summe. Friedmann-Gleichung:

$$\frac{\dot{a}^2 + Kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G \rho}{3} = \frac{8\pi G}{3} \left[ \rho_m(t_0) \frac{a(t_0)^3}{a(t)^3} + \rho_\gamma(t_0) \frac{a(t_0)^4}{a(t)^4} + \rho_\Lambda(t_0) \right]$$

bzw.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[ \rho_m(t_0) \frac{a(t_0)^3}{a(t)^3} + \rho_\gamma(t_0) \frac{a(t_0)^4}{a(t)^4} + \rho_\Lambda(t_0) \right] - \frac{Kc^2}{a^2}.$$

# Neue Form der Friedmann-Gleichung erster Ordnung

Zur Vereinfachung, definiere die Parameter um. Neu: *kritische Dichte*

$$\rho_c \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

Drücke alle Dichten als Vielfache der kritischen Dichte aus:

$$\Omega_\Lambda = \rho_\Lambda(t_0)/\rho_c, \quad \Omega_m = \rho_m(t_0)/\rho_c, \quad \Omega_\gamma = \rho_\gamma(t_0)/\rho_c,$$

und setze

$$\Omega_K = -Kc^2/(a_0H_0)^2.$$

Weitere Abkürzung  $x(t) = a(t)/a(t_0) = 1/(1+z)$ :

$$H(t)^2 = H_0^2 \left[ \Omega_\Lambda + \Omega_K x^{-2} + \Omega_m x^{-3} + \Omega_\gamma x^{-4} \right].$$

## Spezialfall Jetzt-Zeit

Zur Zeit  $t = t_0$  ist  $a = a(t_0)$  und damit  $x = 1$ ; Friedmann-Gleichung wird

$$\Omega_\Lambda + \Omega_m + \Omega_\gamma + \Omega_K = 1.$$

Das verknüpft die Geometrie des Raums mit dem Inhalt des Kosmos! Wenn die Gesamtdichte von Strahlung, Materie, Dunkler Energie ist gerade gleich der kritischen Dichte ist,

$$\Omega_\Lambda + \Omega_m + \Omega_\gamma = 1,$$

ist der Raum flach ( $\Omega_K = 0 \Rightarrow K = 0$ ).

Geringere Gesamtdichte:  $\Omega_K > 0 \Rightarrow K < 0$ , Raum ist hyperbolisch.

Höhere Gesamtdichte:  $\Omega_K < 0 \Rightarrow K > 0$ , Raum ist sphärisch.

Anders herum: Wer Raumgeometrie messen kann, kennt die Energiedichte des Kosmos!

# Allgemeine Eigenschaften von Lösungen

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p/c^2)$$

bedeutet

$$\ddot{a} < 0$$

es sei denn,  $p$  ist negativ und  $3p/c^2 > \rho$ !

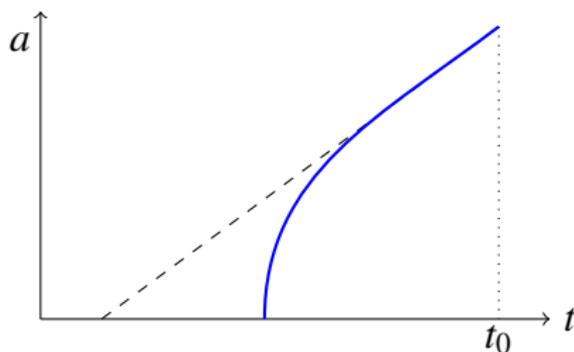
Das geht bei den Materieformen, die wir kennengelernt hatten, nur mit dunkler Energie,  $\Omega_\Lambda$ .

Daher: Beschleunigte Expansion,  $\ddot{a} > 0$ , ist Hinweis auf Dunkle Energie (Physik-Nobelpreis 2011).

# Urknall-Singularität

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p/c^2)$$

heißt auch: Wenn es eine frühe Phase des Kosmos gibt, in dem die Dunkle Energie nicht dominiert, dann hatte das betreffende Modell-Universum einen singulären Anfang,  $a(t) = 0$ :



Anfangssingularität – Spezialfall allgemeinerer Singularitätentheoreme (Hawking-Penrose).

# Das frühe Universum

Verschiedene Ären: Bei kleinem  $a$  dominiert Strahlung,  $\Omega_\gamma$ .  
Friedmann-Gleichung erster Ordnung

$$H(t)^2 = H_0^2 \left[ \Omega_\Lambda + \Omega_K x^{-2} + \Omega_m x^{-3} + \Omega_\gamma x^{-4} \right]$$

wird dann zu

$$\dot{a}(t) = H_0 \sqrt{\Omega_\gamma} \frac{a(t_0)^2}{a(t)}$$

Lösung:

$$a(t) = a(t_0) \cdot \sqrt{2H_0 \sqrt{\Omega_\gamma} (t - t_0) + 1}.$$

# Das frühe Universum

Vereinfachen: Wähle als Zeitnullpunkt den Zeitpunkt  $t_B$  definiert durch  $a(t_B) = 0$ . In diesen neuen Koordinaten ist

$$a(t) = a(t_0) \cdot \sqrt{2H_0 \sqrt{\Omega_\gamma} t} \sim \sqrt{t}$$

und das Alter des Universums ist

$$t_0 = \frac{1}{2H_0 \sqrt{\Omega_\gamma}}$$

(sprich: inverse Hubble-Konstante gibt Größenordnung der Zeitskala vor).

Wichtig: So lässt sich die Frühphase unseres Kosmos beschreiben – ohne genaueres über den Materieinhalt oder den Beitrag der Dunklen Energie wissen zu müssen!

# Staub-Universen

Angenommen,  $\Omega_\gamma$  und  $\Omega_\Lambda$  lassen sich vernachlässigen – entspricht materiedominiertem Universum („Galaxienstaub“). Dann wird

$$H(t)^2 = H_0^2 \left[ \Omega_\Lambda + \Omega_K x^{-2} + \Omega_m x^{-3} + \Omega_\gamma x^{-4} \right]$$

zu

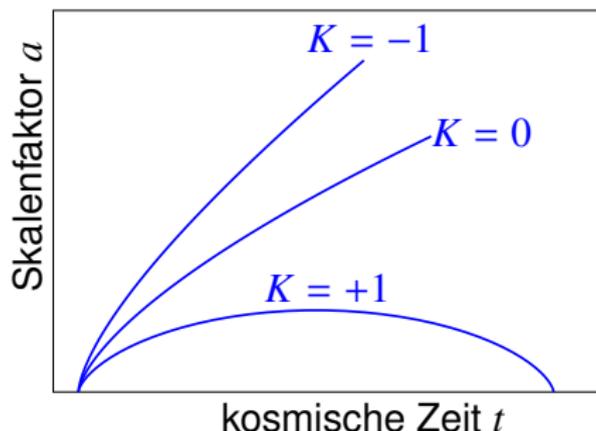
$$\dot{a}(t)^2 = H_0^2 \left[ \Omega_K a(t)^2 + \Omega_m \frac{a(t_0)^3}{a(t)} \right].$$

Gleichung zur Jetzt-Zeit:

$$\Omega_m + \Omega_K = 1$$

so dass  $\Omega_m = 1$  (Materie hat kritische Dichte) dem Fall  $K = 0$  (flache Geometrie) entspricht.

# Staub-Universen



Wieder kollabierendes Universum ( $K = +1 \Leftrightarrow \Omega_m > 1$ ), gerade auf der Kippe ( $K = 0 \Leftrightarrow \Omega_m = 1$ ) und ewig expandierendes ( $K = -1 \Leftrightarrow \Omega_m < 1$ ) Universum.

Einfachster Fall  $K = 0$  ( $\Rightarrow \Omega_m = 1$ ):  $a(t) = a_0 \left( \frac{3}{2} H_0 t \right)^{2/3}$ .

# Dunkle Energie

Wenn Dunkle Energie dominiert, wird

$$H(t)^2 = H_0^2 \left[ \Omega_\Lambda + \Omega_K x^{-2} + \Omega_m x^{-3} + \Omega_\gamma x^{-4} \right]$$

zu

$$\dot{a}(t) = H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda} \cdot a(t)$$

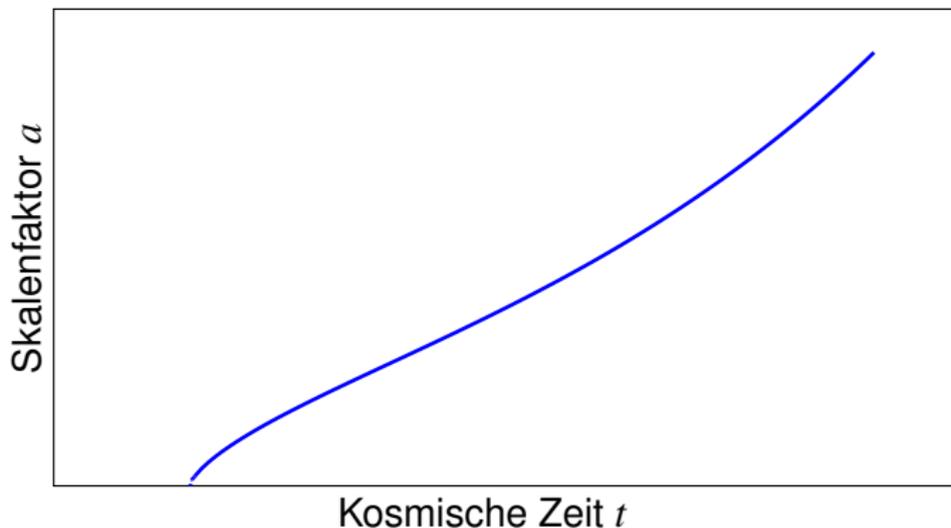
mit Lösung Exponentialfunktion:

$$a(t) = a(t_0) \cdot \exp \left[ H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda} (t - t_0) \right].$$

Beschreibt Spätphase unseres eigenen Universums → Schicksal des Kosmos auf großen Skalen! Als exakte Lösung: De Sitter-Raumzeit.

# FLRW-Raumzeit mit $K = 0, \Omega_\Lambda > 0$

Daraus qualitativ unser eigenes Universum:

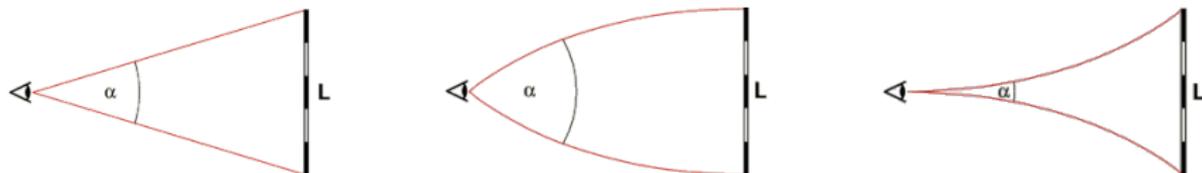


Aktuelle Werte:

$$t_0 = 13.8 \cdot 10^9 \text{ a}; \text{ Hubblekonstante } H_0 = 67.9 \text{ km/s Mpc}^{-1};$$
$$\Omega_\Lambda = 0.69; \Omega_m = 0.31 \text{ (davons } \Omega_b = 0.05 \text{ und } \Omega_{cdm} = 0.26).$$

# Geometrie der FLRW-Lösungen

Krümmung beeinflusst Dreiecke:



Unterschiedliche Entfernungsbegriffe werden unterschiedlich beeinflusst: Winkelgröße durch Krümmung, Leuchtkraftentfernung  $1/r^2$  zusätzlich durch Rotverschiebung (Energieverlust), Lichtlaufzeit durch Expansionsverlauf.

In der Kosmologie:

Vorsicht mit Entfernungsdefinitionen – was ist gemeint?

# Geometrie der FLRW-Lösungen

Unser eigenes Universum ist, soweit wir es beurteilen können, flach:  $K = 0$ .

Zwei Möglichkeiten:

- 1 Es gibt einen physikalischen Mechanismus, der  $K = 0$  oder  $K \approx 0$  bewirkt
- 2 Oder: Problem der Feinabstimmung!

Feinabstimmung: Wie sieht  $|\Omega - 1|$  mit  $\Omega = \Omega_m + \Omega_\gamma + \Omega_\Lambda$  als Maß für die Abweichung von der Flachheit zu unterschiedlichen Zeiten aus? Aus Friedmann-Gleichung

$$\Omega(t_0) - 1 = \frac{Kc^2}{\dot{a}(t_0)^2}$$

bzw. für  $K = \pm 1$

$$|\Omega(t_0) - 1| = \frac{c^2}{\dot{a}(t_0)^2}.$$

# Feinabstimmungsproblem

Wenn wir  $\Omega$  und  $\dot{a}$  zu einer früheren Zeit  $t_1 < t_0$  evaluieren, haben wir demnach

$$|\Omega(t_1) - 1| = \frac{c^2}{\dot{a}(t_1)^2}.$$

Abweichung von der Flachheit ( $K = 0$ ) damals ( $t_1$ ) im Vergleich zu heute ( $t_0$ ):

$$|\Omega(t_1) - 1| = |\Omega(t_0) - 1| \cdot \left( \frac{\dot{a}(t_0)}{\dot{a}(t_1)} \right)^2$$

Im materiedominierten Universum mit  $K \approx 0$  gilt  $a(t) \sim t^{-1/3}$ , so dass

$$|\Omega(t_1) - 1| = |\Omega(t_0) - 1| \cdot \left( \frac{t_1}{t_0} \right)^{1/3}.$$

Heutige Abweichung  $|\Omega(t_0) - 1| \lesssim 1\%$ .

# Feinabstimmungsproblem

$$|\Omega(t_1) - 1| < 0.01 \cdot \left(\frac{t_1}{t_0}\right)^{1/3}$$

also für

$$t_1 = 1 \text{ s} \quad \Rightarrow \quad |\Omega(t_1) - 1| < 10^{-6}$$

$$t_1 = t_{\text{planck}} \approx 10^{-43} \text{ s} \quad \Rightarrow \quad |\Omega(t_1) - 1| < 10^{-20}$$

Mechanismen (bzw. aus allgemeinen Gesetzen ableitbare mathematische Formeln), die derart winzige Abweichungen verursachen, sind schwer zu konstruieren!

# Horizonte

Raumzeit bestimmt, welche Teile des Universums mit welchen anderen Teilen kommunizieren/welche anderen Teile beeinflussen können.

Expansions-Situation: Entfernungen zwischen einem Lichtteilchen, das in unsere Richtung läuft, und uns expandieren. Wer gewinnt? Lichtteilchen oder Expansion?

# Horizonte

Zwei Arten von Horizont:

Aus einigen Raumzeitgebieten kann uns als Beobachter Licht jetzt erreichen bzw. in der Vergangenheit erreicht haben. Aus anderen Raumzeitgebieten nicht. Die Grenze zwischen den Gebieten ist der **Teilchenhorizont**.

Aus einigen Raumzeitgebieten kann uns Licht, das jetzt (aktueller Wert der kosmischen Zeit) ausgesandt wird, erreichen, aus anderen Raumzeitgebieten nicht. Die Grenze zwischen den Gebieten ist der **Ereignishorizont**.

# Problemzonen des kosmologischen Standardmodells

- 1 Horizontproblem: Wieso ist die kosmische Hintergrundstrahlung so isotrop?
- 2 Flachheitsproblem: Feinabstimmung im frühen Universum, um bei  $K \approx 0$  zu landen
- 3 Exotische-Teilchen-Problem: in der Frühphase  $t \approx 10^{-39}$  sollten exotische Teilchen wie magnetische Monopole erzeugt worden sein; die sind aber nicht zu finden. Wo sind sie?

# Horizontproblem

Gebiete bei Freisetzung der kosmischen Hintergrundstrahlung, die sich beeinflussen konnten (innerhalb des wechselseitigen Horizonts liegen) sind am heutigen Nachthimmel  $\approx 3^\circ$  auseinander.

Hintergrundstrahlung am Nachthimmel ist aber überall (d.h. bis zu Winkelunterschied  $180^\circ$ ) homogen bis auf 0.001 Prozent. Wieso?

# Horizontproblem: Wieviel sind $3^\circ$ am Himmel?

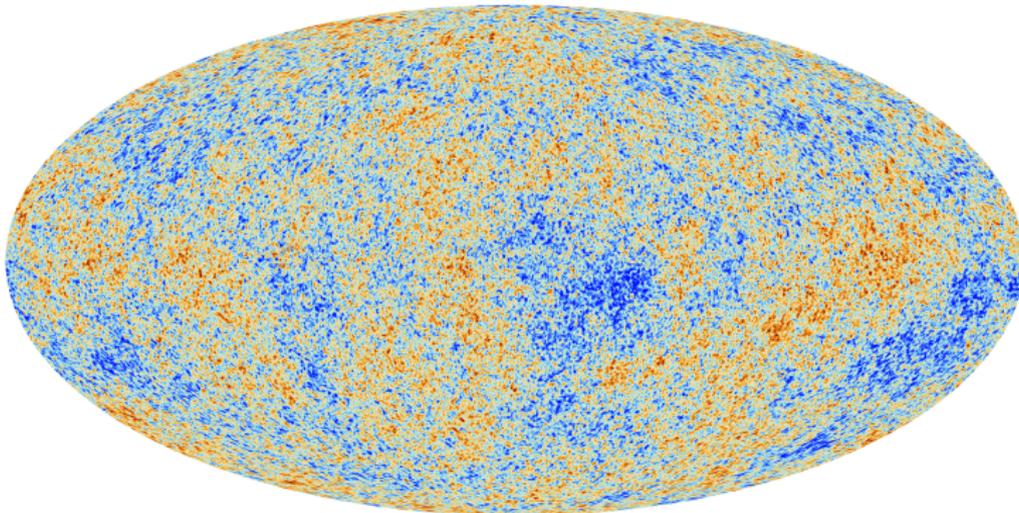


Bild: ESA and the Planck Collaboration

Markus Pössel & Björn Malte Schäfer

Dynamik: Wie entwickelt sich die Expansion?

# Horizontproblem: Wieviel sind $3^\circ$ am Himmel?

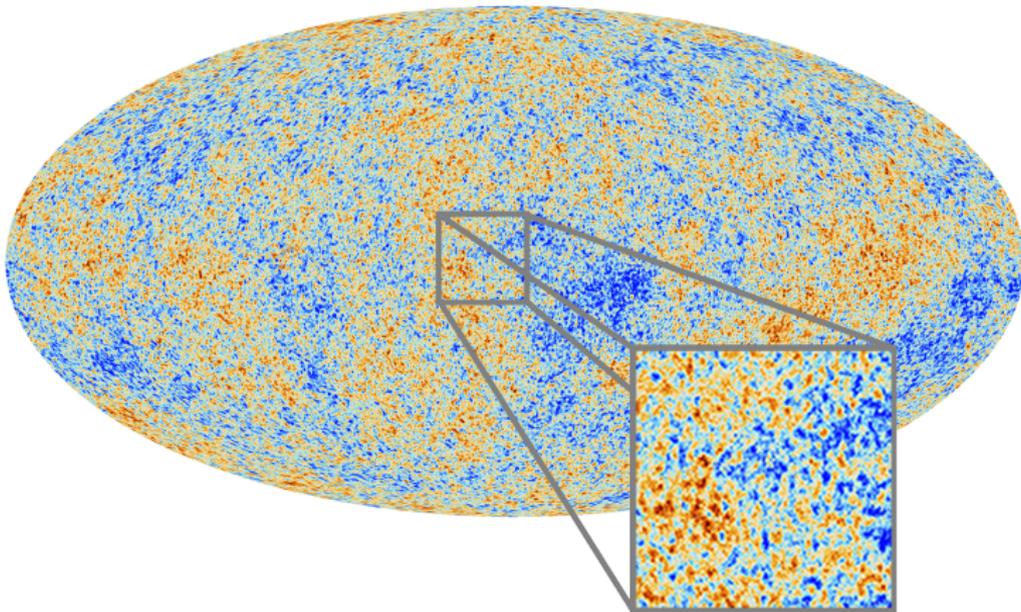


Bild: ESA and the Planck Collaboration

Markus Pössel & Björn Malte Schäfer

Dynamik: Wie entwickelt sich die Expansion?

# Horizontproblem: Wieviel sind $3^\circ$ am Himmel?

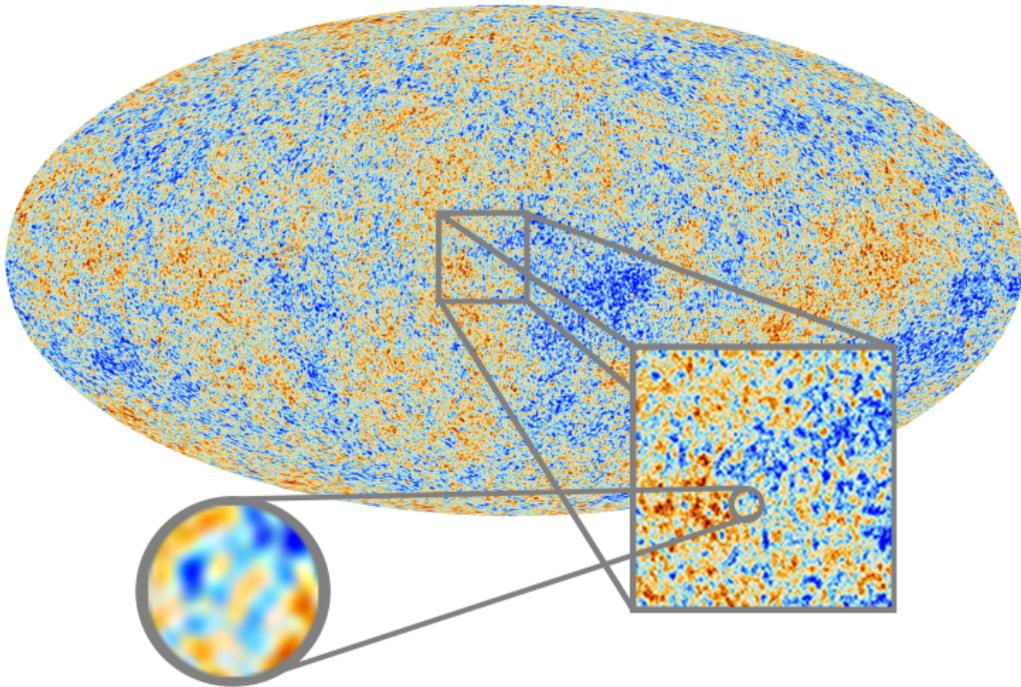


Bild: ESA and the Planck Collaboration

Markus Pössel & Björn Malte Schäfer

Dynamik: Wie entwickelt sich die Expansion?

# Inflationsphase

Lösung für alle drei Probleme: **Inflationsphase** mit exponentieller Expansion,

$$a_{inf}(t) = a_{inf,anfang} \exp\left(H_{inf}(t - t_{anfang})\right).$$

Wenn  $H_{inf}(t_{ende} - t_{anfang}) \sim 60$ , alle drei Probleme gelöst!

# Inflationsphase

$H_{inf}(t_{ende} - t_{anfang}) \sim 60$  bewirkt:

*Flachheitsproblem:* vor vergl. mit nach Inflationsphase

$$\frac{|\Omega(t_{ende}) - 1|}{|\Omega(t_{anfang}) - 1|} = \left( \frac{\dot{a}(t_{anfang})}{\dot{a}(t_{ende})} \right)^2 = \exp(-2H_{inf}(t_{ende} - t_{anfang})) \approx 10^{-53}$$

*Horizontproblem:* Gebiete lagen früher enger aneinander, wurden erst durch Inflation getrennt.

*Exotische-Teilchen-Problem:* Während der Expansionsphase extrem verdünnt.

# Inflationsphase

Inflationsmodelle: Skalarfeld im frühen Universum (Inflaton), das in eine Phase eintritt, in der es wie Dunkle Energie (oder kosmologische Konstante) wirkt; anschließend „Reibungsphase“, bei der die Energie des Inflatonfelds in Teilchenpaare umgesetzt wird. Diese Energie liefert den Inhalt des post-inflationären Universums.

Was die Inflationsmodelle außerdem mitliefern:

**Spektrum an Fluktuationen** aus Quanteneffekten – und zwar robust vorhergesagt und inzwischen auch durch Beobachtungen bestätigt!

Problem: Anfangsbedingungen (Lösung z.B.: chaotische Inflation); Vielfalt der Modelle. Inflation ist noch kein ausgereifter Teil des kosmologischen Standardmodells!